

CMES.
Curso 2011-12

EJERCICIOS DEL TEMA 3.

3.2. Geometría analítica en el plano y en el espacio.

1. Determinar la posición relativa de los siguientes pares de rectas y hallar el punto de intersección si se cortan:

a) $(x, y) = (2, 1) + t(1, 1)$ y $(x, y) = (1, 0) + s(-5, -5)$.

b) $2x - y = 4$ y $(x, y) = (2, 0) + t(-2, -4)$.

2. Dados los siguientes rectas en el espacio, determinar su posición relativa y si se cortan, hallar el punto de intersección:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y - z = 3 \\ x - 3y = 4 \end{array} \right\} \quad \text{y} \quad \left\{ \begin{array}{l} x + y = 2 \\ y - z = -1 \end{array} \right\}.$$

3. Hallar una ecuación paramétrica de la recta paralela a la de ecuación $\left\{ \begin{array}{l} 3x - y + z = 1 \\ x + y - 3z = 0 \end{array} \right\}$ que pase por el punto $P = (1, 1, 1)$.

4. Escribir las ecuaciones paramétricas y cartesianas del plano que pasa por el punto $R = (2, 1, 1)$ y contiene a la recta $\left\{ \begin{array}{l} 3x + y - z = 2 \\ -2y + z = 1 \end{array} \right\}$.

5. De todas las rectas que pasan por el punto $P = (0, 2, -1)$, hallar la que corta a las rectas $(x, y, z) = (1, 1, 2) + t(2, -1, 0)$ y $(x, y, z) = (0, 1, 1) + s(-3, 1, 2)$.

6. Dados los puntos $P = (1, 0, 0)$, $Q = (1, 0, 1)$ y $R = (2, 3, -2)$ y los planos de ecuaciones $\pi_1 : 3x - y + z = 3$ y $\pi_2 : x + 2y - z = 2$ se pide:

a) Hallar la distancia de P a Q .

b) La ecuación cartesiana del plano perpendicular al vector \overrightarrow{PQ} que pasa por el punto R .

c) La proyección del punto P sobre el plano π_1 .

d) La distancia de Q al plano π_2 .

7. Dados los puntos $P = (0, 0, 1)$ y $Q = (0, 3, 0)$ y las rectas de ecuaciones $r_1 : (x, y, z) = (1, 1, 0) + t(2, 0, 1)$ y $r_2 = (0, 0, -2) + s(1, -1, 3)$ se pide:

a) Demostrar que las rectas r_1 y r_2 se cruzan.

b) Ecuaciones paramétricas y cartesianas de la recta paralela a r_1 que corta a r_2 en el punto $(0, 0, -2)$.

c) La proyección del punto Q sobre la recta r_1 .

d) La distancia de P a la recta r_2 .

8. Dada la pirámide de base $ABCD$ y vértice E , donde $A = (2, 0, 0)$, $B = (3, 1, 0)$, $C = (0, 1, 0)$, $D = (-1, 0, 0)$ y $E = (1, 1, 3)$, hallar:

a) El área de la cara ABE

b) El área de la base.

c) La longitud de la altura del prisma.