UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID – CURSO 2010-11

TOPOLOGÍA. Parcial 1 (V, 04-03-2011)

APELLIDOS .... **NOMBRE** ....

DNI: ....**GRUPO**.................... **FIRMA:** ....

1.

a) (**0,4 de punto**) Definir espacio topológico.

b) (**1 punto**) Sea $\mathcal{T} = \{\mathbb{R}^2, \emptyset\} \bigcup \{G_k : k \in \mathbb{R}\}$ donde

$$G_k = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}, x > y + k\}\,.$$

Demostrar que $\mathcal{T}$ es una topología en $\mathbb{R}^2$.

c) (**0'6 de punto**) ¿Es $\mathcal{T}$ una topología en $\mathbb{R}^2$ si "$k \in \mathbb{R}$" se sustitutye por "$k \in \mathbb{Q}$"?

2.

a) (**0,4 de punto**) Dado un espacio topológico $(X, \mathcal{T})$, definir interior y adherencia de un conjunto $A \subset X$.

b) (**0,8 de punto**) Considerar la topología

$$\mathcal{T} = \{\emptyset, X, \{a\}, \{a, b\}, \{a, c, d\}, \{a, b, c, d\}, \{a, b, e\}\}$$

en $X = \{a, b, c, d, e\}$. Hallar el interior y la adherencia del conjunto $A = \{c, d, e\}$.

c) (**0,8 de punto**) En la misma topología del apartado anterior hallar el interior y la adherencia del conjunto $B = \{a, e\}$.

---

3. Sean $(\mathbb{N}, \mathcal{T}_{dis})$ y $(\mathbb{N}, \mathcal{T}_{cof})$ dos espacios topológicos, donde $\mathcal{T}_{dis}$ es la topología discreta y $\mathcal{T}_{cof}$ es la topologia cofinita.

a) (**0,4 de punto**) Describir una base del espacio topológico producto $(\mathbb{N}, \mathcal{T}_{dis}) \times (\mathbb{N}, \mathcal{T}_{cof})$.

b) (**1 punto**) Sea $\Delta = \{(n, n) : n \in \mathbb{N}\}$. Describir justificadamente la frontera $Fr(\Delta)$ y el derivado Δ' en la topología producto.

c) (**0,6 de punto**) Identificar la topología $\mathcal{T}_\Delta$ inducida en Δ por la topología producto.

Duración: 1 hora y media