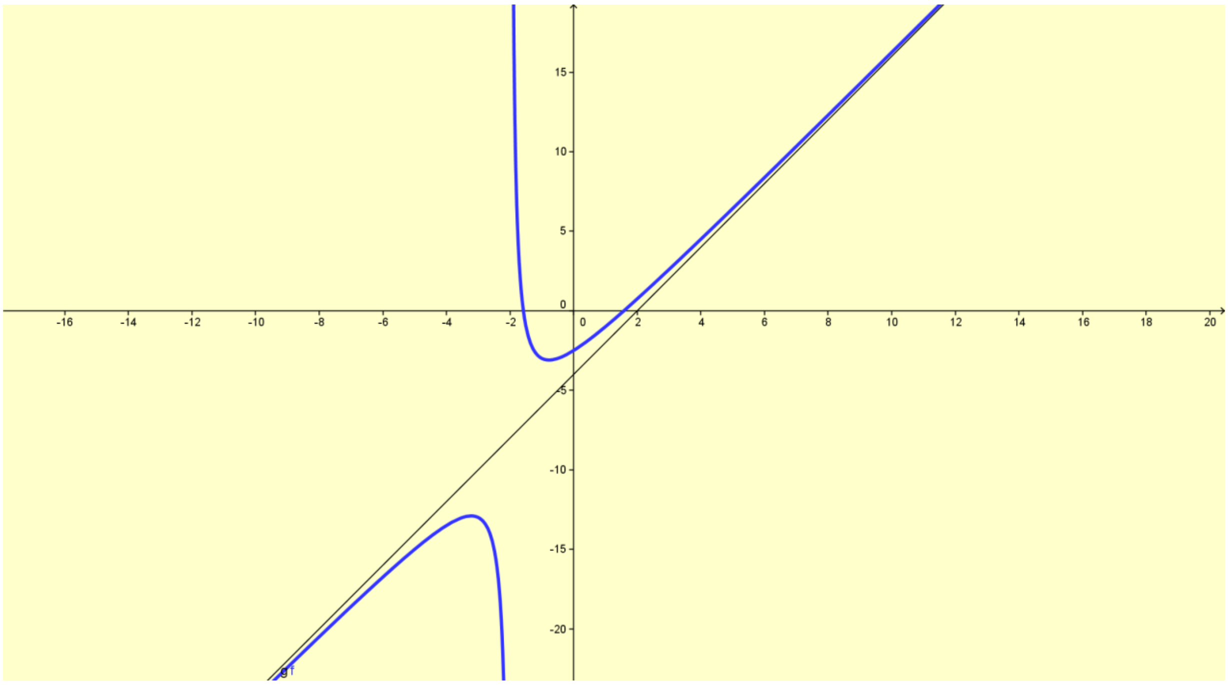
Ejercicio 10 (a)



$$f(x) = \frac{x^2 - 5}{x + 2}$$

Corta al eje Y en el punto A=(0,5/2) y al eje X en los puntos $B = (\sqrt{5/2}, 0)$ y $C = (-\sqrt{5/2)}, 0)$.

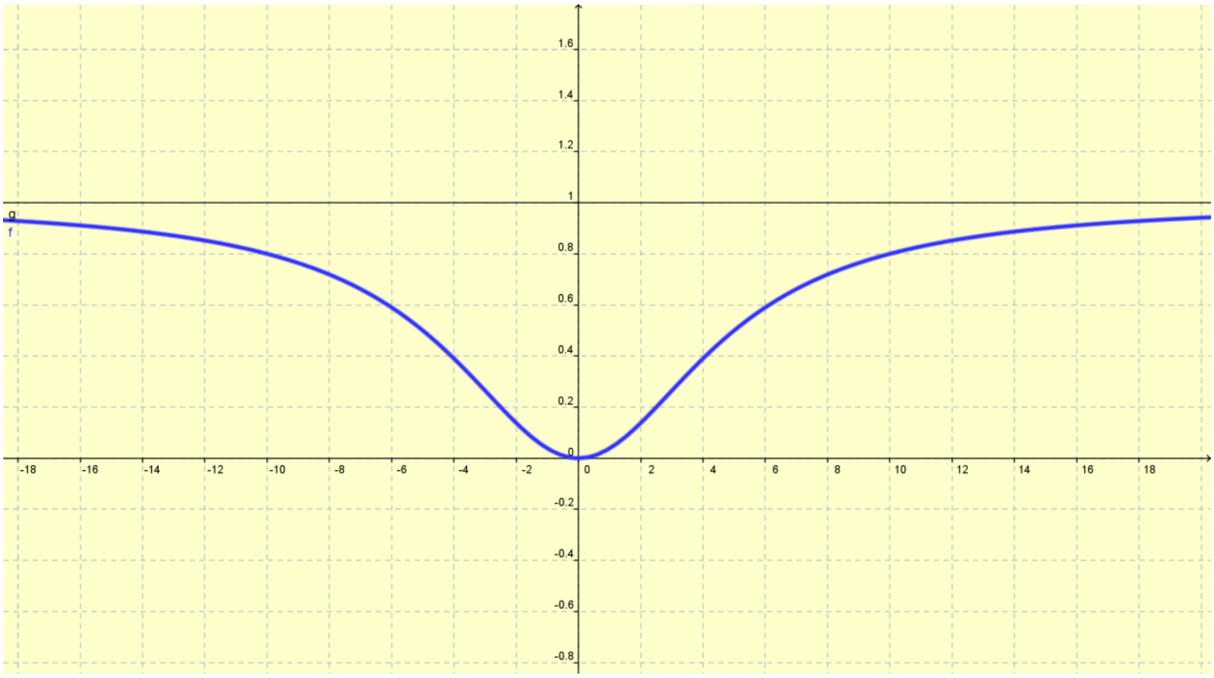
No tiene asíntotas horizontales; tiene una asíntota vertical x=-2; tiene una asíntota oblicua: y=2x-4.

La primera derivada es $f'(x) = \frac{2x^2+8x+5}{(x+2)^2}$. Tiene un máximo local en $x = -2 - \sqrt{6}/2$ y su valor aproximado es -12,90. Tiene un mínimo local en $x = -2 + \sqrt{6}/2$ y su valor aproximado es $-3, 10$.

La segunda derivada es $f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3}$. La función f es convexa si x<-2 y cóncava si x>-2. No tiene puntos de inflexión.

En el intervalo [-1,3] el máximo se alcanza en x=3 y su valor es 2,6. El mínimo se alcanza en $x = -2 + \sqrt{6}/2$ y su valor aproximado es -3,10

Ejercicio 10 (b)



$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 25}$$

Corta a los ejes en el punto A=(0,0).

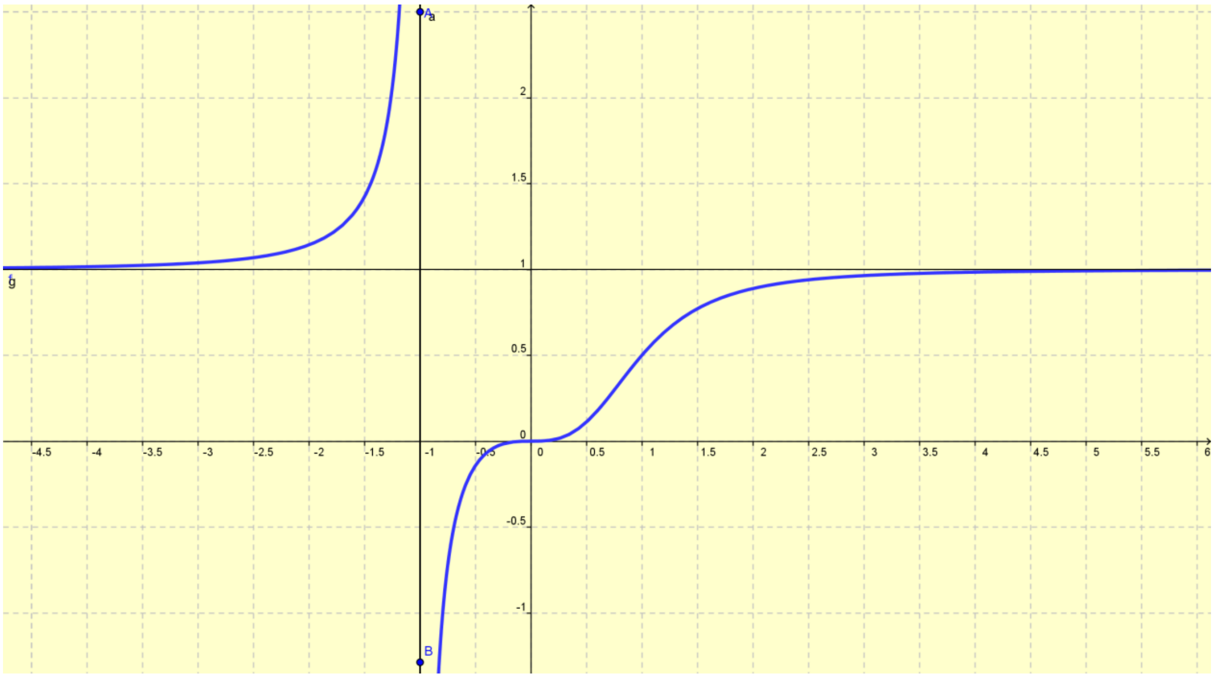
Tiene como asíntota horizontal y=1 tanto a izquierda como a derecha.

Su primera derivada es $f'(x) = \frac{50x}{(x^2+25)^2}$. Es decreciente si x < 0 y creciente si x > 0. Tiene un mínimo local en x=0 y su valor es 0.

La segunda derivada es $f''(x) = \frac{-150x^2+1250}{(x^2+25)^3}$. Tiene dos puntos de inflexión en $x = \sqrt{125/15}$ y $x = -\sqrt{125/15}$. Entre estos dos puntos la función es convexa. Fuera del intervalo que tiene como extremos estos puntos la función es cóncava.

En el intervalo [-1,3] el máximo se alcanza en x=3 y vale aproximadamente 0,2647. El mínimo se alcanza en x=0 y vale 0.

Ejercicio 10 (C)



$$f(x) = \frac{x^3}{1+x^3}$$

Corta a los ejes coordenados en el punto A=(0,0).

Tiene como asíntota horizontal y=1 y como asíntota vertical x=-1. No tiene asíntotas horizontales.

Su primera derivada es $f'(x) = \frac{3x^2}{(1+x^3)^2}$. La función es siempre creciente.

Su segunda derivada es $f''(x) = \frac{6x(1-2x^3)}{(1+x^3)^3}$. Tiene puntos de inflexión en B=(0,0) y en $C = (1/\sqrt[3]{2}, 1/3)$. Es convexa si x<-1 y entre los dos puntos de inflexión. Es cóncava en los dos intervalos restantes.

No tiene mínimo en [-1,3]. El máximo se alcanza en x=3 y vale aproximadamente 0,9643.