MATEMÁTICAS
1º curso del Grado en Bioquímica – Curso 2010-11

HOJA DE EJERCICIOS 7

CÁLCULO CON MATRICES.

1. Resolver los siguientes SEL usando el método de Gauss:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + x_3 - x_4 = 5 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - x_3 = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - x_3 = 1 \end{cases}$$

2. Realizar las siguientes multiplicaciones de matrices:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 5 & 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix}; \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \\ 0 & -1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & 7 & -3 \\ 1 & -1 & -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

3. Sea A la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$. Realiza la siguientes multiplicaciones de matrices:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} A; \qquad A \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}; \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} A; \qquad A \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Calcular los siguientes determinantes:

$$\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}, \qquad \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 7 & 0 & 7 \\ 1 & 4 & -7 \end{vmatrix}, \qquad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

5. ¿Para qué valores del parametro λ el siguiente determinante se hace nulo?

$$\begin{vmatrix} \lambda - 1 & 0 & 1 - \lambda \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & \lambda \end{vmatrix}.$$

6. Hallar la matrices inversas de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 2 & 6 & 5 \\ -5 & 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

7. Calcula la matriz $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ tal que:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -4 \\ 4 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

8. Hallar los autovalores y autovectores de las siguientes matrices

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

9. Hallar los autovalores de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Hallar tres autovectores de A que sean linealmente independientes.

10. Considérese la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Diagonalizar la matriz A y calcular A^n.

11. Las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

no pueden diagonalizarse. Sin embargo no es difícil calcular A^{100} y B^{100}. ¿Sabrías hacerlo?

12. Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0.42 & 0.24 \\ -0.16 & 0.98 \end{pmatrix}$$

Hallar los autovalores y dos autovectores linealmente independientes de la matriz A. Escribe $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$. Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{x_n}{x_n + y_n}, \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{y_n}{x_n + y_n}, \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n} \qquad \text{y} \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{y_{n+1}}{y_n}$$