

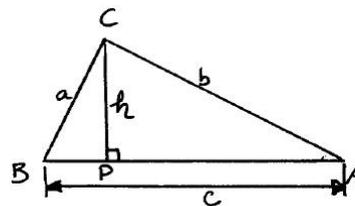
CMES.
Curso 2010-11

EJERCICIOS DEL TEMA 4.

4.3. Propiedades de los polígonos.

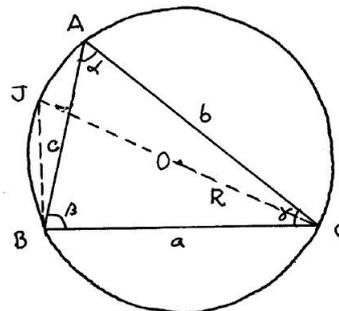
1. Prueba el “teorema de Pitágoras inverso”: si a y b son las longitudes de los catetos y h la altura sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo, se tiene

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{h^2}.$$



2. (Ley del seno) Para un triángulo ABC inscrito en una circunferencia de radio R se tiene

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R.$$

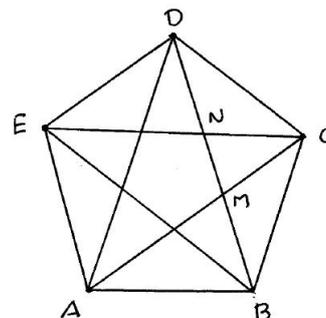


(Indicación: trazar el diámetro CJ y la cuerda BJ como en la figura)

3. Demostrar que para cualquier triángulo ABC se tiene $\text{Área}(ABC) = \frac{abc}{4R}$, donde R es el radio de la circunferencia circunscrita y a , b y c son las longitudes de sus lados. (Usar la ley del seno)
4. Demostrar que las medianas de un triángulo dividen a éste en seis triángulos todos de igual área.
5. Usar el ejercicio anterior para demostrar que la longitud del segmento de cada mediana comprendido entre su pie y el baricentro es un tercio de la longitud de la mediana.

6. En la estrella de cinco puntas que se forma al unir las diagonales de un pentágono regular, demostrar que

$$\frac{\overline{DB}}{\overline{DM}} = \frac{\overline{DM}}{\overline{DN}} = \frac{\overline{DN}}{\overline{NM}} = \phi.$$



7. Demostrar que el área de un octógono regular cuya lado tiene longitud ℓ es:

$$2(\sqrt{2} + 1)\ell^2.$$