

CMES.
Curso 2010-11

EJERCICIOS DEL TEMA 3.

3.1 Sistemas de ecuaciones lineales y matrices.

1. Resolver los siguientes SEL usando el método de Gauss:

$$\begin{array}{ll} a) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases} & b) \begin{cases} x_1 + x_3 - x_4 = 5 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 2 \end{cases} \\ \\ c) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - x_3 = 2 \end{cases} & d) \begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - x_3 = 3 \end{cases} \end{array}$$

2. Hallar el rango de las siguientes matrices:

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 6 & 7 \\ 3 & -5 & -2 \\ 7 & -1 & 6 \end{pmatrix} \quad b) \begin{pmatrix} 1 & 7 & -6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Hallar la matrices inversas de las siguientes matrices utilizando el método de Gauss:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1/a \\ a & -1 \end{pmatrix} \quad a \neq 0; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & a & 0 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad a \neq 0.$$

4. Calcular el determinante de la matriz de orden 3 dada por $A_3 = \begin{pmatrix} x & a & a \\ a & x & a \\ a & a & x \end{pmatrix}$. Con la misma regla que se genera la matriz A_3 considera la matriz A_n de orden n . ¿Cuál es su determinante?

5. Calcular el determinante de la matriz $A = \begin{pmatrix} x-1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x-1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x-1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x-1 \end{pmatrix}$.

6. Calcular el determinante de la matriz de orden n , $A_n = (a_{i,j})$, donde $a_{i,j} = |i-j|$. (Sugerencia: hacerlo para $n = 2, 3, 4$, e intentar deducir la fórmula general para demostrarla por inducción.)

7. Hallar un polinomio f de grado 2 tal que $f(1) = 2$, $f(-1) = 4$ y $f(3) = 16$.

8. Demostrar que si un polinomio de grado n tiene $n + 1$ soluciones reales distintas ha de ser el polinomio nulo.

9. Hallar todos los valores de m para los que el siguiente sistema posee soluciones no triviales:

$$\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x + my - z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}.$$