

1. $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$. Utilizaremos las variables n, m, \dots para elementos de \mathbb{N} .
2. $\mathbb{Z}_+ = \{1, 2, \dots, n, \dots\}$.
3. $\mathbb{R}_+ = \{r \in \mathbb{R} : r > 0\}$.
3. $(x_n)_{n>0}$ denota una sucesión (de elementos de X si $x_n \in X$ para todo $n > 0$).
4. $A \subset D$: para todo x , $x \in A$ implica $x \in D$. En particular A puede ser vacío o igual a D .
5. $X \setminus D = \{x \in X : x \notin D\}$. Si $A \subset D$ entonces $X \setminus D \subset X \setminus A$.
6. $\mathcal{P}(X) = \{A : A \subset X\}$. En particular, $\emptyset \in \mathcal{P}(X)$ y $X \in \mathcal{P}(X)$.

7. Ejemplos.

i) Si $X = \{a, b, c\}$ entonces $a \in X$, $\{a\} \subset X$ y $\{a\} \in \mathcal{P}(X)$; ii) Si $A \subset X$ y $x \notin A$ entonces $A \subset X \setminus \{x\}$.

8. Letras en escritura caligráfica, por ejemplo $\mathcal{T}, \mathcal{B}, \mathcal{S}, \mathcal{U}, \mathcal{V}, \mathcal{A}, \dots$, denotarán familias de conjuntos. Por ejemplo, si \mathcal{A} es una familia de subconjuntos de X , los elementos de \mathcal{A} son subconjuntos de X , es decir $\mathcal{A} \subset \mathcal{P}(X)$. Las familias de conjuntos también se denotan mediante $\{A_i : i \in I\}$.

9.

$$\bigcup_{A \in \mathcal{A}} A = \{x : x \in A \text{ para algún } A \in \mathcal{A}\} \quad \text{y} \quad \bigcup_{i \in I} A_i = \{x : x \in A_i \text{ para algún } i \in I\}.$$

$$\bigcap_{A \in \mathcal{A}} A = \{x : x \in A \text{ para todo } A \in \mathcal{A}\} \quad \text{y} \quad \bigcap_{i \in I} A_i = \{x : x \in A_i \text{ para todo } i \in I\}.$$

A veces \mathcal{A} viene dado mediante unas condiciones, por ejemplo

$$\bigcup_{A \in \mathcal{P}(X), A \subset D} A \quad \text{es} \quad \bigcup_{A \in \mathcal{A}} A,$$

donde $\mathcal{A} = \{A \in \mathcal{P}(X) : A \subset D\}$.

10. Propiedades distributivas.

$$\bigcup_{i,j \in I} (A_i \cap D_j) = \left(\bigcup_{i \in I} A_i \right) \cap \left(\bigcup_{j \in I} D_j \right) \quad \text{y} \quad \bigcap_{i,j \in I} (A_i \cup D_j) = \left(\bigcap_{i \in I} A_i \right) \cup \left(\bigcap_{j \in I} D_j \right).$$

En particular,

$$\bigcup_{i \in I} (A_i \cap D) = \left(\bigcup_{i \in I} A_i \right) \cap D \quad \text{y} \quad \bigcap_{i \in I} (A_i \cup D) = \left(\bigcap_{i \in I} A_i \right) \cup D.$$

11. Leyes de De Morgan.

$$X \setminus \bigcup_{i \in I} A_i = \bigcap_{i \in I} (X \setminus A_i) \quad \text{y} \quad X \setminus \bigcap_{i \in I} A_i = \bigcup_{i \in I} (X \setminus A_i).$$

12. Propiedades del producto cartesiano. i) $(A \times D) \cap (E \times F) = (A \cap E) \times (D \cap F)$

ii) $(A \times D) \cup (E \times F) \subset (A \cup E) \times (D \cup F)$ iii) $(X \times Y) \setminus (U \times V) = ((X \setminus U) \times Y) \cup (X \times (Y \setminus V))$

Ejemplo: $([0, 1] \times [0, 1]) \cup ([1, 2] \times [1, 2]) \subset [0, 2] \times [0, 2]$ contenido estricto.

13. Propiedades de las funciones. Sea $f : X \rightarrow Y$ una función.

i) $f^{-1}(\bigcup_{i \in I} D_i) = \bigcup_{i \in I} f^{-1}(D_i)$;

ii) $f^{-1}(\bigcap_{i \in I} D_i) = \bigcap_{i \in I} f^{-1}(D_i)$;

iii) $f^{-1}(C) \setminus f^{-1}(D) = f^{-1}(C \setminus D)$;

iv) $f(\bigcup_{i \in I} A_i) = \bigcup_{i \in I} f(A_i)$;

v) $f(\bigcap_{i \in I} A_i) \subset \bigcap_{i \in I} f(A_i)$ (igualdad si f es inyectiva);

vi) $f(A) \setminus f(D) \subset f(A \setminus D)$ (igualdad si f es inyectiva);

vii) $f^{-1}(f(A)) \supset A$ (igualdad si f es inyectiva);

viii) $f(f^{-1}(D)) \subset D$ (igualdad si f es sobreyectiva);