Universidad Autónoma de Madrid | Curso 2008-09
$2^{\underline{o}}$ Matemáticas | $3^{\underline{o}}$ DT Matemáticas-Informática
Examen de Topología. Covocatoria extraordinaria | 9 de septiembre de 2009

APELLIDOS: ....

NOMBRE: ....

GRUPO:...............

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	$\sum$

1.-[2.25 puntos] Sea $(X, \mathcal{T})$ un espacio topológico. Define cada una de las siguientes propiedades. Para cada una de ellas da un ejemplo de un espacio que la tenga y otro de un espacio que no la tenga.

(1.1) $(X, \mathcal{T})$ tiene la propiedad de separación de Hausdorff.

(1.2) $(X, \mathcal{T})$ es simplemente conexo.

(1.3) $(X, \mathcal{T})$ es compacto.

2.-[1 punto] Sea $(X, \mathcal{T})$ un espacio topológico y A un subconjunto de X. Indica razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

(2.1) $Int(\overline{A}) = A$.

(2.2) Si $Int(A) = \emptyset$ entonces $X \setminus \overline{A} \neq \emptyset$.

3.-[2 puntos] Sea $f\colon X \to Y$ un homeomorfismo. Demuestra que para todo subconjunto A de X se verifica lo siguiente:

(3.1) $Int(f(A)) = f(Int(A))$.

(3.2) $\overline{f(A)} = f(\overline{A})$.

4.-[1 punto] Sea X un conjunto. Sean A y B dos subconjuntos de X tales que los cuatro conjuntos $\emptyset$, X, A y B sean distintos. ¿Qué condiciones deben satisfacer A y B para que $\mathcal{T} = \{\emptyset, X, A, B\}$ sea una topología sobre X?

5.-[1.5 puntos] Se considera $\mathbb{Q}$ como subespacio de $\mathbb{R}$. ¿Qué componentes conexas tiene $\mathbb{Q}$?, ¿son abiertas?, ¿son cerradas?.

6.-[2.25 puntos] Decide razonadamente si los siguientes espacios topológicos son homeomorfos:

(a) $X_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \geq 1\} \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 2\}$.

(b) $X_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$.

(c) $X_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 0, x^2 \leq 1\}$.