Universidad Autónoma de Madrid — Curso 2008-09
2º Matemáticas — 3º DT Matemáticas-Informática
Examen final de Topología — 15 de junio de 2009

	1	2	3	4	5	$\sum$
Apellidos:.. **Nombre:**.. **GRUPO:**................						

1.-[2,4 puntos]

(1.1) Dado un espacio topológico X y $A \subseteq X$. Define "la topología de subespacio sobre A".

(1.2) Dados dos espacios topológico X e Y. Define "la topología producto sobre $X \times Y$".

(1.3) Dados un espacio topológico X y $x_0 \in X$. Da la definición de homotopía de caminos entre dos lazos con punto base x_0.

2.-[1,1 puntos] Sean X e Y espacios topológicos. Sea $p\colon X \to Y$ una función sobreyectiva. Demuestra que si p es continua y cerrada entonces p es una aplicación cociente (es decir la topología sobre Y es la topología cociente). Primero define "p es una aplicación cociente".

3.-[2 puntos] Indica razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

(3.1) Sea X un espacio topológico. Sean A y D subconjuntos de X.

Entonces
$$Int(A \cup D) = Int(A) \cup Int(D).$$

(3.2) Sean X e Y dos espacios topológico. Sea $f\colon X \to Y$ una función.
Entonces,
$$f \text{ es continua } \iff \text{ para todo } A \subseteq X,\ f^{-1}(Int\, A) \subseteq Int(f^{-1}(A)).$$

(3.3) $\mathbb{Q}$ es un subconjunto conexo de $\mathbb{R}$.

(3.4) $(\mathbb{R}, \mathcal{T}_{cofinita})$ es metrizable (es decir, existe una métrica d en $\mathbb{R}$ tal que $\mathcal{T}_d = \mathcal{T}_{cofinita}$).

4.-[1,5 puntos] Dado el siguiente subconjunto de $\mathbb{R}$.
$$A = (0,1) \cup \left\{ \frac{2n-1}{n} : n \in \mathbb{Z}^+ \right\} \cup (3,4).$$

Halla razonadamente el interior, los puntos de acumulación y la adherencia de A para la topología $\mathcal{T}_{[\,)}$ sobre $\mathbb{R}$ que tiene por base $\mathcal{B} = \{[a,b) : a, b \in \mathbb{R}\}$.

5.-[3 puntos] Decide razonadamente si los siguientes espacios topológicos son homeomorfos:

(a) $X_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-1)^2 + y^2 \leq 1\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x+1)^2 + y^2 \leq 1\}$.

(b) $X_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1\}$.

(c) $X_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$.

(d) $X_4 = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,y) \in \mathbb{R}^2 : -1 < y < 1\}$.