

Universidad Autónoma de Madrid
 COMPLEMENTOS DE MATEMÁTICAS PARA LA EDUCACIÓN SECUNDARIA
 14 DE JUNIO DE 2010

APELLIDOS Y NOMBRE _____

D. N. I. _____ FIRMA _____

1) [14 puntos] a) El ganador de una prueba ciclista ha hecho las siguientes medias en cada una de las 3 etapas:

- 1.^a etapa (175 km): 35 km/h.
- 2.^a etapa (144 km): 32 km/h.
- 3.^a etapa (60 km contrarreloj): 40 km/h.

¿Cuál ha sido su velocidad media en el total del recorrido?

b) Este mes, a mi sueldo bruto habitual se le ha añadido una prima del 12% de dicho sueldo bruto. Tras una retención del 21% por impuestos y Seguridad Social, he recibido netos 1.459,92 euros. ¿Cuál es mi sueldo bruto habitual?

2) [12 puntos] a) Encuentra el número que se ha borrado en este ISBN: 1-3579-?468-X.

b) [Recuerda que el Código de Hamming [7,4] añade a cuatro bits de información, $x_1x_2x_3x_4$, otros tres bits de control $x_5x_6x_7$, de manera que se satisfagan las ecuaciones

$$\begin{array}{ccccccc} x_1 & +x_2 & +x_3 & & +x_5 & & \equiv 0 \pmod{2} \\ x_1 & +x_2 & & +x_4 & & +x_6 & \equiv 0 \pmod{2} \\ x_1 & & +x_3 & +x_4 & & & +x_7 \equiv 0 \pmod{2} \end{array}$$

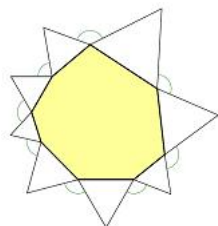
¿Qué debes leer si recibes 0001101?

3) [12 puntos] Un grupo de amigos acuerda intercambiar información «secreta» utilizando el criptosistema RSA. Ana hace pública su clave $(n, e) = (91, 5)$ y recibe un mensaje cifrado c . Para descifrarlo debe calcular $c^d \pmod{n}$, ¿para qué valor de d ?

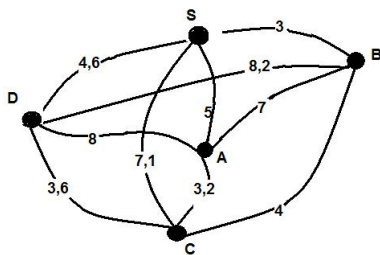
4) [12 puntos] En unas elecciones deben repartirse 6 escaños entre 4 partidos que han obtenido los siguientes votos: partido A, 4800; partido B, 2340; partido C, 1050; partido D, 810.

- a) Reparte los escaños según el método de Hamilton (o del mayor resto).
- b) Reparte los escaños según el método de D'Hondt (o de los divisores naturales).

5) [5 puntos] Se tiene un polígono de ocho lados convexo y sobre cada uno de sus lados y en el exterior de polígono se dibujan triángulos equiláteros ¿Cuánto vale la suma de todos los ángulos que se forman entre triángulos equiláteros contiguos?



6) [10 puntos] El gráfico siguiente da las distancias en kilómetros entre la Sede de una Inspección y cuatro Institutos de Enseñanza Secundaria A, B, C y D:



a) Un inspector quiere recorrer los cuatro Institutos. Utiliza el algoritmo del vecino más cercano comenzando en S para encontrar un circuito Hamiltoniano que le permita recorrer todos los Institutos regresando a la Sede.

b) Contesta a la misma pregunta del apartado anterior usando el algoritmo de las aristas clasificadas.

7) [10 puntos] a) Demuestra por inducción y visualmente la fórmula

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 3) + (2n - 1) = n^2$$

b) Dados dos números positivos C_1 y C_2 se define $C_n = C_{n-1} + 2C_{n-2}$ para $n \geq 3$. Demuestra algebraica y visualmente la fórmula

$$C_{n+1}^2 = C_n^2 + 4C_{n-1}^2 + 4C_n C_{n-1}$$

8) [15 puntos] a) Enuncia el teorema de Thales

b) Usando el teorema de Thales demuestra que cada cateto de un triángulo rectángulo es media proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ésta (es decir $a^2 = cp_a$ y $b^2 = cp_b$). Usa estos resultados para dar una demostración del teorema de Pitágoras.

9) [10 puntos] Un dodecágono regular está inscrito en una circunferencia de radio R . Ayudándote del siguiente dibujo, halla el área del dodecágono en función de su radio.

