Universidad Autónoma de Madrid
Facultad de Ciencias
Departamento de Matemáticas

NOTA

Análisis Matemático II. Primer Curso de Físicas.
Junio 2008

Apellidos .... Nombre ....
D.N.I. .... Grupo ....

---

1) Se considera la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{3x^3+4y^3}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(a) Estudiar la continuidad de f en el punto $(0,0)$.
(b) Decidir razonadamente si es diferenciable en $(0,0)$.
(c) Determinar si la función $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ es continua en $(0,0)$.

---

2) Dada la función $F(x,y) = x + y$, encontrar una dirección $v = (v_1, v_2)$ tal que $v_1 > 0$, y $D_vF(0,0) = \dfrac{1}{2}$.

---

3) Dada la curva Γ, definida mediante las ecuaciones paramétricas

$$x = t\,\cos t\,, \quad y = t\,\mathrm{sen}\,t\,, \quad z = t\,, \quad 0 \leq t \leq 2\pi\,,$$

(a) Describir la forma de la curva.
(b) Hallar el vector tangente unitario a la curva en el punto $(0, \pi/2, \pi/2)$;
(c) Calcular la integral $\int_\Gamma z\,ds$;

---

4) Dada la integral

$$\int_{-2}^{2} \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{-\sqrt{x^2+y^2}}^{2-x^2-y^2} x^2 + y^2\,dzdydx,$$

a) Dibujar la región de integración.
b) Escribir la integral en coordenadas esféricas.
c) Resolver la integral usando el cambio a coordenadas cilíndricas.

---

5) (Ejercicio 4 de la hoja de problemas número 7)
(a) Hallar la integral del campo $\vec{F} = (\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2})$ a lo largo de la circunferencia de radio r centrada en el origen, con la orientación positiva.
(b) Hallar también $\dfrac{\partial Q}{\partial x} - \dfrac{\partial P}{\partial y}$ y explicar por qué este resultado no contradice el Teorema de Green.
