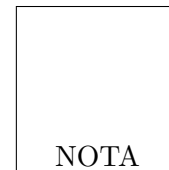


Universidad Autónoma de Madrid
Facultad de Ciencias

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS



Análisis Matemático II. Primer Curso de Físicas.
Junio 2008

Apellidos Nombre.....
D.N.I. Grupo

1) Se considera la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3x^3 + 4y^3}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- (a) Estudiar la continuidad de f en el punto $(0, 0)$.
- (b) Decidir razonadamente si es diferenciable en $(0, 0)$.
- (c) Determinar si la función $\frac{\partial f}{\partial x}$ es continua en $(0, 0)$.

2) Dada la función $F(x, y) = x + y$, encontrar una dirección $v = (v_1, v_2)$ tal que $v_1 > 0$, y $D_v F(0, 0) = \frac{1}{2}$.

3) Dada la curva Γ , definida mediante las ecuaciones paramétricas

$$x = t \cos t, \quad y = t \sin t, \quad z = t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi,$$

- (a) Describir la forma de la curva.
- (b) Hallar el vector tangente unitario a la curva en el punto $(0, \pi/2, \pi/2)$;
- (c) Calcular la integral $\int_{\Gamma} z \, ds$;

4) Dada la integral

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{-\sqrt{x^2+y^2}}^{2-x^2-y^2} x^2 + y^2 \, dz \, dy \, dx,$$

- a) Dibujar la región de integración.
- b) Escribir la integral en coordenadas esféricas.
- c) Resolver la integral usando el cambio a coordenadas cilíndricas.

5) (Ejercicio 4 de la hoja de problemas número 7)

(a) Hallar la integral del campo $\vec{F} = (\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2})$ a lo largo de la circunferencia de radio r centrada en el origen, con la orientación positiva.

(b) Hallar también $\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}$ y explicar por qué este resultado no contradice el Teorema de Green.
