Universidad Autónoma de Madrid

Análisis II — **1^{O} de Físicas**

20 DE MAYO DE 2010 — EXAMEN FINAL

APELLIDOS Y NOMBRE ____________________

D. N. I. ______________ GRUPO ______________

FIRMA ____________________

1. Sea

$$f(x,y) = \frac{x^2 - 2y^2}{x^2 + y^2} \qquad \text{si} \qquad (x,y) \neq (0,0)$$

(a) Hallar las curvas de nivel de $f(x,y)$ para $c = 0, c = 1/4$, y $c = 1$.

(b) Estudiar si existe el límite de $f(x,y)$ cuando (x,y) tiende a $(0,0)$.

---

2. Sea $f(x,y) = x\, e^{-(x^2+y^2)}$. Determinar:

(a) Los puntos críticos de f.

(b) La naturaleza de los mismos.

---

3. (a) Calcular

$$I = \int\int\int_Q y dx dy dz$$

donde Q es el recinto determinado por las condiciones $z+x \leq 6, z \geq 0, y \leq 0$, $x \geq 3y^2$.

(b) Escribe en coordenadas esféricas la integral $\int\int\int_B f(x,y,z) dx dy dz$, donde B es la región determinada por las condiciones $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ y $z^2 \geq 2x^2 + 2y^2$.

---

4. Sea D el recinto plano determinado por $x^2 + y^2 \leq 2$ y el semiplano $y \geq x$ y sea Γ su frontera.

(a) Hallar la longitud de Γ.

(b) Calcular $\int_\Gamma (x^3 e^x + 4y) dx + (x^2 - y\cos y) dy$ donde Γ se recorre en el sentido positivo.

---

5. Sea $\overrightarrow{F}(x,y,z) = (y^2+z^2-x^2, x^2+z^2-y^2, x^2+y^2-z^2)$. Calcular $I = \int\int_S \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{S}$, siendo S la superficie delimitada por los cuadrantes positivos de los planos coordenados y la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, orientada hacia el exterior.

TIEMPO: 3 HORAS