ANÁLISIS MATEMÁTICO II. Curso Primero. Ing. Informática. UAM.
Dpto. de Matemáticas. HOJA 5

1. El plano tangente a la esfera $(x-1)^2+y^2+z^2=1$ en el punto $(0,0,0)$

- a) Contiene a los ejes y y z.
- b) Contiene a los ejes x e y.
- c) Contiene a los ejes x y z.
- d) Corta al eje z en un único punto.
- e) Corta al eje y en un único punto.

2. El polinomio de Taylor de segundo grado que mejor aproxima a $f(x,y)=e^{x+2y}\text{sen}(x+y)$ en un entorno de $(0,0)$ es:

- a) $x+y+3xy+2x^2+y^2$.
- b) $x+y+4xy+x^2+3y^2$.
- c) $x+y+3xy+x^2+2y^2$.
- d) $x+y+xy+x^2+2y^2$.
- e) $x+y+4xy+2x^2+2y^2$.

3. Sea la función

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{2xy}{\sqrt{3x^2+y^2}}, & (x,y)\neq(0,0),\\ 0, & (x,y)=(0,0),\end{cases}$$

a) ¿Es f continua? Razona la respuesta.
b) Hallar la función $\frac{\partial f}{\partial y}$.
c) ¿Es $\frac{\partial f}{\partial y}$ continua?
d) ¿Es f diferenciable? Razona la respuesta.

4. Sea la función

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y)\neq(0,0),\\ 0, & (x,y)=(0,0),\end{cases}$$

a) ¿Es f continua? Razona la respuesta.
b) ¿Está definida $\frac{\partial f}{\partial x}$ en todos los puntos de $\mathbb{R}$?
c) ¿Es f diferenciable? Razona la respuesta.

5. Sea $h=f\circ g$ donde $g(x,y)=(x-y^2,yx-1,\frac{x}{y}-1)$ y f es una función $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$ tal que $Df(0,0,0)=\begin{pmatrix}2 & 1 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$. Calcular la matriz jacobiana de h en el punto $(1,1)$.

6. El polinomio de Taylor de grado 2 de la función $f(x,y)=e^x\cos y$ en torno al punto $(0,0)$ aproxima a $f(0.1,0.1)$ por el número: a) 1.09, b) 1.10, c) 1.11, d) 1.12, e) 1.13.

7. El plano tangente a la superficie $x^2+y^2/2+z/2=2$ en el punto $(1,1,1)$:
a) Pasa por el origen de coordenadas. b) No corta al eje x. c) Corta al eje y en el punto $y=3$.
d) No corta al eje y. e) Corta al eje z en el punto 7.

8. Sean las funciones $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2+y^4} & \text{si } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{en } (0,0), \end{cases}$$

y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $g(t) = (t,t)$. Si definimos $h = f \circ g$, entonces,

(a) $h'(0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$.

(b) $h'(0) = \nabla f(0,0) \cdot g'(0)$.

(c) $h'(0) = 0$.

(d) $h'(0) \neq \nabla f(0,0) \cdot g'(0)$.

(e) $h'(0)$ no existe.

9. Sean las funciones $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$, $f(x,y,z) = (x^2 \operatorname{sen} y, xz, yz, x)$, y $g : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$, $g(r,s,t,u) = (r^2+t^2, ut)$. Calcular $D(g \circ f)(1, \frac{\pi}{2}, 2)$.