

ANÁLISIS MATEMÁTICO II. Curso Primero. Ing. Informática. UAM.
Dpto. de Matemáticas. HOJA 10

1. Calcular la integral

$$\int \int \int_T (x^2 + y^2 + z^2) \, dx dy dz,$$

siendo T el recinto limitado superiormente por el cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, inferiormente por el plano xy y lateralmente por $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$. Se recomienda utilizar coordenadas esféricas.

2. Calcular la integral

$$\int \int \int_M e^{-x^2 - y^2} \, dx dy dz,$$

siendo M la parte del paraboloides $z = x^2 + y^2$ comprendida entre los planos $z = 1$ y $z = 4$.

3. Calcular la integral triple

$$\int \int \int_M z e^{-x^2 - y^2} \, dx dy dz,$$

siendo M la parte del hiperboloide de revolución $z^2 - x^2 - y^2 = 1$ comprendida entre los planos $z = 1$ y $z = 3$.

4. Calcular el volumen del sólido de \mathbb{R}^3 acotado inferiormente por $2z = x^2 + y^2$ y superiormente por $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ usando coordenadas cilíndricas.

5. Calcular (usando un cambio a coordenadas cilíndricas) la integral triple:

$$\int \int \int_M z e^{-(x^2 + y^2)} \, dx dy dz,$$

siendo M el conjunto limitado inferior y lateralmente por el cono $2(x^2 + y^2) = z^2$ y superiormente por el hiperboloide $x^2 + y^2 = z^2 - 1$ en el semiespacio $z \geq 0$.

Indicación: Se puede calcular la integral como la diferencia de dos integrales: la primera limitada superiormente por el plano $z = \sqrt{2}$ e inferiormente por el cono y la segunda limitada superiormente por el mismo plano e inferiormente por el hiperboloide.