Cálculo II | **1º de Matemáticas**
18 de junio de 2008 | Examen Final

Apellidos y Nombre _____

D. N. I. _____

Firma _____

Este examen es de desarrollo. Se pide justificar todas las respuestas, nombrar los teoremas utilizados y entregar esta hoja firmada al final.

Duración: 3 horas. Cada problema vale 2,5 puntos.

1. Dada la función
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3-y^3}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0)\,, \end{cases}$$
   (a) hallar los valores de las derivadas parciales $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ y $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$;

   (b) determinar si f es diferenciable en $(0,0)$.

2. Se considera la función $f(x,y) = 4xy^2 - x^2y^2 - xy^3$ y la región triangular D cerrada en el plano xy con vértices $(0,0), (0,6)$ y $(6,0)$.

   (a) Determina los puntos críticos de f en el interior del triángulo D.

   (b) Calcula los valores máximo y mínimo de f en D.

3. Calcula el volumen del sólido E comprendido entre los cilindros $x^2+y^2=1$ y $x^2+y^2=4$, encima del plano xy y debajo del plano $z = x+2$.

4. Sea γ el borde de la región
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ x^2+y^2 \leq 1\,, y \geq x\,, y \geq -x\}\,,$$
   orientado en el sentido contrario al de las agujas del reloj. Calcular la integral $\int_\gamma x^3\,dy - y^3\,dx$.