

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID

CÁLCULO I
Curso 2003-04

CIENCIAS MATEMÁTICAS
11 DE SEPTIEMBRE DE 2004

Apellidos

Nombre DNI Grupo

1. a) (1 punto). Halla la relación entre a y b para que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+a}{n+b} \right)^{2n+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+b}{n+2} \right)^{4+nb}$$

b) (1 punto). Calcula el límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n} + \sqrt[7]{n^2}}{\sqrt{n^2 + 2n}}$$

2. a) (1 punto). Estudia, según los valores del número real a , la convergencia de la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{a^{2k}}{k}$$

b) (1 punto). Estudia la convergencia de la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{e^k + 1}$$

3. Sea

$$f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{x} \quad \text{si } x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad \text{y} \quad f(0) = 2.$$

a) (1 punto). Demuestra que f es una función continua en todo \mathbb{R} .

b) (1 punto). Demuestra que f es derivable en todo \mathbb{R} y escribe $f'(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

¿ Es f' una función continua en toda la recta real?

4. a) (1 punto). Representa gráficamente la función $f(x) = 3x^5 - 5x^3$.

b) (1 punto). Halla el polinomio de Taylor de orden 4 de $f(x)$ en $a = 1$.

5. (2 puntos). Halla todas la primitivas de la función

$$f(x) = \frac{6x - 5}{(x - 3)^2(x^2 + 4)}.$$

DURACIÓN : 3 HORAS