

- Un material radioactivo se descompone el 5% en 100 años. Calcula su vida media. ¿Cuál es la tasa de descomposición instantánea? ¿Cuándo tenemos el 75% de la cantidad de material radioactivo original?
- El tiempo de vida media del C_{14} es de $5.8 \cdot 10^3$ años. En un fósil se encuentra una cantidad de C_{14} que es un 1% de la cantidad que se encuentra en un ser vivo. Data el fósil.
- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{cases} x'_1 = x_1 + 2x_2 \\ x'_2 = -x_1 + 4x_2 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1(0) = 1 \\ x_2(0) = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x'_1 = -3x_1 + x_2 \\ x'_2 = -x_1 - x_2 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1(0) = 0 \\ x_2(0) = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x'_1 = 3x_1 - 5x_2 \\ x'_2 = x_1 - x_2 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1(0) = -1 \\ x_2(0) = 2 \end{cases}$$

- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales no homogéneo:

$$\begin{cases} x'_1 = 3x_1 + x_2 + \cos t + e^{2t} \\ x'_2 = -2x_1 - e^{2t} \end{cases} \quad \begin{cases} x_1(0) = 0 \\ x_2(0) = 0 \end{cases}$$

- Modelo competitivo.** Dos especies de animales compiten en un territorio. La presencia de una disminuye la tasa de crecimiento de la otra y viceversa. Se tienen las ecuaciones

$$\begin{cases} x'_1 = 3x_1 - x_2 \\ x'_2 = -2x_1 + 2x_2 \end{cases}$$

Halla $x_1(t)$ y $x_2(t)$ sabiendo que inicialmente $x_1(0) = 90$ y $x_2(0) = 150$. ¿Desaparece alguna de las dos especies?

- Modelo depredador-presa.** La presencia de un depredador afecta negativamente a la tasa de crecimiento de la presa.

$$\begin{cases} x'_1 = 2x_1 - x_2 \\ x'_2 = x_1 + 4x_2 \end{cases}$$

Halla $x_1(t)$ y $x_2(t)$ sabiendo que inicialmente $x_1(0) = 500$ y $x_2(0) = 100$. ¿Cuándo desaparece la presa? *Comprueba que cualquiera que sean las cantidades iniciales, la presa desaparece antes de 1 año.

- Modelo depredador-presa.** Resuelve el modelo

$$\begin{cases} x'_1 = x_1 + x_2 \\ x'_2 = -x_1 + x_2 \end{cases}$$

¿Cuál es el depredador y cuál la presa? Halla $x_1(t)$ y $x_2(t)$ para $x_1(0) = 1000$ y $x_2(0) = 1000$.

- Modelo simbiótico.** Dos especies cooperan. La tasa de crecimiento de cada una mejora con la presencia de la otra pero se ve afectada negativamente por la presencia de ella misma.

$$\begin{cases} x'_1 = -2x_1 + 4x_2 \\ x'_2 = x_1 - 2x_2 \end{cases}$$

Halla $x_1(t)$ y $x_2(t)$ sabiendo que inicialmente $x_1(0) = 200$ y $x_2(0) = 500$. ¿Desaparece alguna de las dos especies?

- Sea $x'' + bx' + cx = 0$ una ecuación diferencial de segundo orden. Pon $x_1 = x$ y $x_2 = x'$ y transfórmala en un sistema de dos ecuaciones diferenciales. Resuelve por este método las ecuaciones siguientes:

$$\begin{array}{ll} (a) & x'' + 5x' + 6x = 0, & x(0) = 1, x'(0) = 0 \\ (b) & x'' + 6x' + 9x = 0, & x(0) = 1, x'(0) = 2 \\ (c) & x'' + 4x = 0, & x(0) = 0, x'(0) = 1 \end{array}$$