

1. En el curso de un río hay 3 pequeñas lagunas. Cada una vierte cada hora un 10% de su contenido sobre la siguiente. Se acaba de verter una cantidad de sustancia tóxica en la primera laguna. Formular el sistema dinámico correspondiente.
2. Suponiendo que de un material radioactivo se descompone el 90% en 300 años, calcula su vida media. ¿Qué porcentaje del material inicial tenemos al cabo de 400 años? ¿Cuándo tenemos el 75% de la cantidad de material radioactivo original?
3. El tiempo de vida media del  $C_{14}$  es de  $5.8 \cdot 10^3$  años. En un fósil se encuentra una cantidad de  $C_{14}$  que es un 1% de la cantidad que se encuentra en un ser vivo. Data el fósil.
4. Hallar los autovalores y autovectores de las siguientes matrices

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Hallar los autovalores y autovectores de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Comprobar que los autovectores son linealmente independientes.

6. Considérese la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}.$$

Halla la matriz  $A^n$ .

7. Escribe la matriz  $A$  de la transformación lineal que es un giro de centro el origen y ángulo  $30^\circ$ . Calcula  $A^{100}$ .
8. Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0.42 & 0.24 \\ -0.16 & 0.98 \end{pmatrix}$$

Encuentra los autovectores. Considera el punto  $X_0 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  y dibuja la sucesión de iterados  $X_{n+1} = AX_n$ .

9. En un bosque maderero, los árboles están clasificados en dos tamaños. Cada 5 años, un 30% de los árboles de tamaño menor pasan a ser de tamaño grande. En ese período se corta un 10% de árboles de tamaño grande y se repuebla con el mismo número de árboles de tamaño pequeño. Si inicialmente había 1000 árboles de tamaño pequeño y ninguno grande ¿Cuántos árboles de tamaño grande hay a los 20 años? ¿Crece la población de árboles con el tiempo?
10. Una balsa de lodo con productos tóxicos, de volumen constante, se comunica por filtración con un curso de agua cercano. Se filtra un 5% cada hora. Hay una depuradora operando en la balsa, que limpia un 10% del lodo de la balsa. ¿Qué cantidad de material tóxico quedará finalmente en el río?