

APELLIDOS, NOMBRE: _____

Ejercicio 1



40 puntos

Ejercicio 2



30 puntos

FINAL



70

Razonar debidamente las respuestas

100 minutos

1. En cada una de las relaciones siguientes determina si es de orden, de equivalencia o de ninguna de los tipos anteriores.

(R_1) En \mathbb{Z} : $xR_1y \iff$ existe $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ tal que $y - x = 2n$.

(R_2) En \mathbb{R} : $xR_2y \iff x^2 - y^2 = x - y$.

(R_3) Sea $\mathbb{R}_+ := \{r \in \mathbb{R} : r \geq 0\}$. En $\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$: $(x, y)R_3(z, t) \iff x \leq z$ y $x^2 + y^2 \leq z^2 + t^2$.

(R_4) Sea $U = \{1, 2, 3, 4\}$ y $A = \{1, 2\}$. En $\mathcal{P}(U)$: $XR_4Y \iff X \cup A = Y \cup A$.

a) Para los casos en los que R_i es de equivalencia se pide:

- Describir las clase de equivalencia.
- Describir el conjunto cociente.
- ¿Tienen todas las clases de equivalencia el mismo cardinal?

b) Para los casos en los que R_i es de orden se pide:

- Dar, si existen, los elementos maximales y minimales, así como máximo y el mínimo.
- Determina si es un orden total o no.

2. Estudia si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tu respuesta. (Recuerda que si la afirmación es verdadera hay que dar una demostración mientras que si la afirmación es falsa es suficiente con dar un contraejemplo):

- Sean $a \in \mathbb{R}$ y $X \subset \mathbb{R}$ un conjunto numerable. El conjunto $\{a + x : x \in X\}$ es numerable.
- El conjunto $\{A \subset \mathbb{Q} : |A| = 2\}$ no es numerable.
- Sean $A = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ es impar}\}$ y $B = \{n \in \mathbb{N} : 2011 \text{ divide a } n - 3\}$. Entonces $|A| = |B|$.