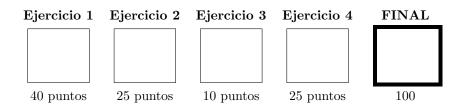
CONJUNTOS Y NÚMEROS

Grado en Matemáticas Curso 2022-23

Examen 14-10-2022

Apellidos, Nombre:



Razonar debidamente las respuestas

100 minutos

- 1. Estudia si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tu respuesta. (Recuerda que si la afirmación es verdadera hay que dar una demostración mientras que si la afirmación es falsa es suficiente con dar un contraejemplo):
 - (a) Sean P, Q y R tres proposiciones: Si R es verdadera entonces $\neg R \Rightarrow ((P \lor \neg Q) \land (Q \lor \neg R))$ es verdadera.
 - (b) Sean D, E conjuntos. y $f: D \to E$ una función inyectiva. Si $A \subseteq D$ y $B \subseteq D$ se tiene que

$$f(A \cap B) = f(A) \cap f(B).$$

(c) Sea $f:A\longrightarrow B$ una función entre conjuntos. Entonces si $C\subset B$ se tiene

$$A \setminus f^{-1}(C) = f^{-1}(B \setminus C).$$

- (d) $\mathcal{P}(\mathcal{P}(X) \setminus \emptyset) = \mathcal{P}(\mathcal{P}(X \setminus \emptyset))$, donde X es un conjunto cualquiera.
- **2.** Demuestra que $3^n > n^3$ para n > 4.
- 3. Si $A = \{n \in \mathbb{N} : 10 < n < 20\}$ y $B = \{k \in \mathbb{Z} : k + 15 \in A\}$. Determinar explícitamente los elementos del conjunto B.
- 4. Indica, en cada uno de los siguientes casos si la función es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva. Justifica cada respuesta, y en caso de ser biyección exhibe su inversa:
 - (a) $f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$, dada por f(n, m) = 6n + 10m.
 - (b) $f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$, dada por f(n, m) = 7n + 10m.