ÁLGEBRA LINEAL

Grado en Matemáticas
Curso 2020–21

Examen
16-10-2020

Apellidos, Nombre: ____________________________________

Razonar debidamente las respuestas ◇◇◇

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	FINAL
4 puntos	4 puntos	2 puntos	10

Problema 1. Decide de manera razonada si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

(i) Sea $\mathcal{B}$ una base de un $\mathbb{R}$-espacio vectorial V de dimensión 2. Entonces $\mathcal{B}' = \{v_1, v_2\}$, con $v_1 = (2,1)_{\mathcal{B}}$ y $v_2 = (1,1)_{\mathcal{B}}$, es una base de V que satisface que existen $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ con $\alpha\beta \neq 0$ tal que $(\alpha, \beta)_{\mathcal{B}} = (\alpha, \beta)_{\mathcal{B}'}$.

(ii) Sean $A, B, C \in M_n(\mathbb{Q})$ tales que $AC = BC$ y $CA = CB$, entonces $A = B$.

(iii) Sea K un cuerpo y V un K-espacio vectorial. Sea el subespacio vectorial $W = \langle u_1, u_2, u_3 \rangle_K$ donde $u_1, u_2, u_3 \in V$. Si $\dim(W) = 2$ entonces $\dim(\langle u_i, u_j \rangle_K) = 2$ para cualquier $(i,j) \in \{(1,2), (1,3), (2,3)\}$.

(iv) El conjunto $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 = y^2\}$ es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^2$.

Problema 2. Sea $\mathbb{R}_3[x]$ el $\mathbb{R}$-espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual a 3 y

$$W = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] \,:\, p(1) = 0,\, p(2) = p(3)\}\,.$$

(i) Demostrar que W es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}_3[x]$.

(ii) Calcular la dimensión y una base de W.

(iii) Sea $q(x) = x^3 - 4x^2 + x + 2 \in \mathbb{R}_3[x]$. Determinar si $q(x)$ pertenece a W y, en caso afirmativo, encontrar las coordenadas de $q(x)$ en la base de W calculada en el apartado anterior.

Problema 3. Calcular la matriz escalonada reducida de la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$