ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS (Taller 9: 6-11-2015)	•	Grado en Matemáticas (Grupo 7212)	•	Curso 2015–16

1. Teorema de Conteo de Órbitas. *Sea G un grupo y X un G-conjunto finito. Entonces*

$$|X/G| = \frac{1}{|G|}\sum_{g\in G}|X^g|$$

donde:
- *X/G es el conjunto de orbitas de X por la acción de G,*
- *$X^g = \{x \in X : \phi(g)(x) = x\}$, el conjunto de elementos de X fijados por g*

Demostrar el Teorema dando los siguientes pasos:

a) Sea $V = \{(g, x) \in G \times X : g \cdot x = x\}$. Demuestra que

$$|V| = \sum_{g\in G}|X^g| \qquad \text{y} \qquad |V| = \sum_{x\in X}|G_x|.$$

b) Demuestra

$$\sum_{x\in \mathrm{orb}_G(y)}|G_x| = |G| \qquad \text{para todo } y \in X.$$

c) A partir de los dos apartados anteriores demuestra el Teorema de Conteo de Órbitas.

---

2. Si $G := \{(1), (132)(465)(78), (132)(465), (123)(456), (123)(456)(78), (78)\} \leq S_8$.

a) Calcula el número de órbitas diferentes en $\{1, \ldots, 8\}$ por G.