

1. Considerar los siguientes subespacios vectoriales de  $\mathbb{Q}^4$ :

$$W_1 = \langle (2, -4, -3, 4), (0, 1, 1, -1), (-2, 1, 0, -1), (2, -3, -2, 3) \rangle_{\mathbb{Q}},$$

$$W_2 = \langle (2, -4, -3, 4), (0, 1, 1, -1), (-2, 1, 0, -1) \rangle_{\mathbb{Q}},$$

$$W_3 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{Q}^4 \mid 3x + 5y - 6z - t = 0\}.$$

- (i) Encontrar una base de  $W_1$ .
- (ii) Comprobar que el vector  $u = (2, 3, 4, -3) \in W_2$ . Encontrar un sistema de generadores de  $W_2$  de cardinal mínimo que incluya a  $u$ .
- (iii) Encontrar un sistema de generadores de  $W_3$  que además sea linealmente independiente.
- (iv) Decidir si se cumple cada una de las siguientes relaciones:
  - $W_2 \subset W_1$
  - $W_2 = W_1$
  - $W_1 \subset W_3$
  - $W_3 \subset W_2$
  - $W_1 = W_3$