ÁLGEBRA LINEAL

Grado en Matemáticas
Curso 2012–13

Hoja nº 1

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales

1. Resolver los siguientes sistemas (en $\mathbb{R}$ o en $\mathbb{C}$ según sea el caso) mediante el método de eliminación de Gauss. Los sistemas *vii* y *viii*, *ix* y *x*, y *xi* y *xii* pueden (y deben) resolverse simultáneamente.

$$i)\ \left.\begin{array}{rl} x_1 - 2x_2 + x_3 & = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 & = 1 \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 & = 6 \end{array}\right\} \qquad ii)\ \left.\begin{array}{rl} x_1 - 3x_2 + 2x_3 & = 0 \\ -x_1 - 2x_2 + 2x_3 & = 0 \\ 2x_1 - 2x_3 & = 0 \end{array}\right\} \qquad iii)\ \left.\begin{array}{rl} x + y + z + t & = 0 \\ y - z & = 5 \\ x + z + 2t & = 1 \\ x + 2y & = 0 \end{array}\right\}$$

$$iv)\ \left.\begin{array}{rl} x_1 + 2x_2 + 3x_3 & = 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 & = 0 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 & = -2 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 & = 0 \end{array}\right\} \qquad v)\ \left.\begin{array}{rl} x_1 + x_2 & = 5 \\ x_1 - x_2 & = 3 + 6i \end{array}\right\} \qquad vi)\ \left.\begin{array}{rl} x + y + iz + t & = 0 \\ 2x - y + 2z - t & = 1 \\ x + iy - z + it & = 2 \\ x + y + z - t & = 0 \end{array}\right\}$$

$$vii)\ \left.\begin{array}{rl} 2x_1 - 4x_2 & = 10 \\ x_1 - 3x_2 + x_4 & = -4 \\ x_1 - x_3 + 2x_4 & = 4 \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 - x_4 & = -11 \end{array}\right\} \qquad viii)\ \left.\begin{array}{rl} 2x_1 - 4x_2 & = -8 \\ x_1 - 3x_2 + x_4 & = -2 \\ x_1 - x_3 + 2x_4 & = 9 \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 - x_4 & = -15 \end{array}\right\}$$

$$ix)\ \left.\begin{array}{rl} 2x_1 - 4x_2 & = 10 \\ x_1 - 3x_2 + x_4 & = -4 \\ x_1 - x_3 + 2x_4 & = 4 \end{array}\right\} \qquad x)\ \left.\begin{array}{rl} 2x_1 - 4x_2 & = -8 \\ x_1 - 3x_2 + x_4 & = -2 \\ x_1 - x_3 + 2x_4 & = 9 \end{array}\right\}$$

$$xi)\ \left.\begin{array}{rl} 2x_1 - 4x_2 & = 10 \\ x_1 - 3x_2 & = -4 \\ x_1 - x_3 & = 4 \\ 4x_1 - 7x_2 - x_3 & = 10 \end{array}\right\} \qquad xii)\ \left.\begin{array}{rl} 2x_1 - 4x_2 & = -8 \\ x_1 - 3x_2 & = -2 \\ x_1 - x_3 & = 9 \\ 4x_1 - 7x_2 - x_3 & = -15 \end{array}\right\}$$

2. Calcular, si existen, las inversas de las matrices A_1 y A_2.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 5 & -3 \\ -3 & 2 & -4 \end{pmatrix} \qquad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 8 & -5 \end{pmatrix}$$

3. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Encontrar A^n y B^n para cualquier entero $n \geq 0$. La respuesta debe estar justificada, lo que puedes hacer, por ejemplo, utilizando el método de inducción.

b) Encontrar B^n para cualquier entero n positivo o negativo. ¿Puedes encontrar A^n si n es un entero negativo?