18 Enero 2008

1. Sea K un cuerpo de número y denotemos por $\mathcal{O}_K$ el anillo de enteros de K. Sea $I \subset \mathcal{O}_K$ un ideal y $\mathfrak{p}, \mathfrak{q} \subset \mathcal{O}_K$ ideales primos distintos. Demostrar:

- **a.** Sea $s \in \mathbb{N}$ tal que $\mathfrak{p}^s \subset I$ entonces existe $r \in \{0, \dots, s\}$ tal que $I = \mathfrak{p}^r$. ¿Cómo es I si $r = 0$?
- **b.** $\mathcal{O}_K = \mathfrak{p} + \mathfrak{q}$.

2. Sea $\mathcal{O}$ el anillo de enteros de $\mathbb{Q}(\sqrt{35})$. Determinar

- **a.** Todos los ideales de $\mathcal{O}$ de norma 14.
- **b.** Todos los ideales de $\mathcal{O}$ que contienen a $\sqrt{14}$.
- **c.** Todos los ideales de $\mathcal{O}$ que contienen a $\sqrt{35}$.

3. Determinar si el anillo de enteros de $\mathbb{Q}(\sqrt{-47})$ es una dominio de factorización única.

4. Determinar la estructura del grupo de clase de $\mathbb{Q}(\sqrt{-47})$, junto con sus generadores.

5. Determinar las soluciones enteras de la ecuación diofántica $x^3 = y^2 + 2$.

OBSERVACIONES:

- Razonar las respuestas.
- Puntuación de los ejercicios

1	**2**	**3**	**4**	**5**
2	2	1	3.5	1.5

Para poder aprobar la asignatura presentándose a los dos parciales se deberán de cumplir las dos siguientes condiciones:

- Sacar un mínimo de $4,5$ al hacer la media aritmética de ambas calificaciones.
- Sacar un mínimo de 4 en el segundo parcial.