

Matemáticas I

Derecho y Administración de Empresas

Hoja 5 : Funciones Implícitas

1. Estudiar si la ecuación $x^2 + (y - 2)^2 = 1$ define a y como función implícita de x en un entorno del punto $(1, 2)$. Comprobar que no se verifican las hipótesis del Teorema de la función implícita. ¿Y a x como función implícita de y ?
2. Estudiar si la ecuación $x = y^2$ define a y como función implícita de x en un entorno del punto $(0, 0)$. ¿Y globalmente? ¿Y a x como función implícita de y en un entorno del $(0, 0)$? ¿Y globalmente?
3. Sea ecuación $2e^y - x - y - 2 = 0$.
 - a) Probar que la ecuación anterior define en un entorno de $(0, 0)$ a y como función de x . Hallar $\frac{dy}{dx}(0)$
 - b) ¿La ecuación anterior define a x como función de y en un entorno del $(0, 0)$? En caso afirmativo, explícitese dicha función.
 - c) ¿Qué relación existe entre $\frac{dy}{dx}(0)$ y $\frac{dx}{dy}(0)$?
4. Comprobar si la ecuación $x^2 + y^2 - 2xy = 0$ define implícitamente en un entorno del $(0, 0)$ a y como función de x ¿Y a x como función de y ?
5. Se considera la función $f(x, y, z) = 2x + 3y - xe^{x+y-2z} - 8$. Se pide:
 - a) ¿Es f diferenciable en el punto $(-1, 3, 1)$?
 - b) ¿Define la ecuación $f(x, y, z) = 0$ implícitamente a z como función de x e y (es decir, $z = g(x, y)$) en un entorno del punto $(-1, 3, 1)$?
 - c) Si la contestación del apartado anterior es afirmativa calcular $\nabla g(-1, 3)$.
6. Dada la ecuación $z^3 + x^2y + y^3 + x^3 + 3 = 0$ comprobar que define implícitamente a z como función de x e y en un entorno del punto $(-1, -1, 0)$ pero no satisface las hipótesis del teorema de la función implícita.
7. Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva definida por la ecuación $(1 + x^2y)^3 + x\sqrt{y} = 9$ en el punto $(1, 1)$.
8. Se considera la ecuación $x^2 - y^2 = 0$ ¿Define a y como función de x en un entorno de $(0, 0)$? ¿Y en un entorno de $(1, 1)$?
9. Comprobar que la ecuación $x^2y^3z^2 = 1$ define implícitamente a z como función de x e y (es decir, $z = g(x, y)$) en un entorno del punto $(1, 1, 1)$. Calcular el polinomio de Taylor de segundo grado de la función g en el punto $(1, 1)$.
10. Sea $F(x, y) = 2x f(x + 2y)$ donde f es una función de una variable cuya derivada es continua en \mathbb{R} . Supongamos que $f(4) = 0$ y que $f'(4) \neq 0$. ¿Define la ecuación $F(x, y) = 0$ una función implícita $y = g(x)$ en un entorno del punto $(2, 1)$?