

Matemáticas I

Derecho y Administración de Empresas

Hoja 2: Límites y Continuidad de funciones de varias variables

1. Calcular, en el caso en el que existan, los siguientes límites:

$$a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (2x^2 - 10xy^3 + y).$$

$$b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left(\frac{x^2 - y^2 + 4}{x - 1} \right).$$

$$c) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left(\frac{x^2 + y}{x^2 + y^2} \right).$$

$$d) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left(\frac{x^2 y^2}{x^4 + y^4} \right).$$

$$e) \lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} (e^{x-y}).$$

$$f) \lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} (\ln(xy)).$$

2. Estudiar la continuidad en su dominio de definición de las siguientes funciones:

$$a) f(x, y) = e^{x+y}.$$

$$b) f(x, y) = \frac{x^2 + 2xy - 3y + 3}{y - 5}.$$

$$c) f(x, y) = \ln(x + y) + x^2 - 1.$$

$$d) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x-y}{x+y} & \text{si } x + y \neq 0, \\ 0 & \text{si } x + y = 0. \end{cases}$$

$$e) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

$$f) f(x, y) = \begin{cases} xy & \text{si } x \geq 0 \text{ ó } y \geq 0, \\ \ln(1 + xy) & \text{si } x < 0 \text{ e } y < 0. \end{cases}$$

$$g) f(x, y) = \begin{cases} x + y & \text{si } x \neq y, \\ 0 & \text{si } x = y. \end{cases}$$

$$h) f(x, y) = \begin{cases} xy & \text{si } (x, y) \neq (1, 1), \\ 2 & \text{si } (x, y) = (1, 1). \end{cases}$$

$$i) f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

$$j) f(x, y) = e^{x^2 + y^2} + x^2 y.$$

$$k) f(x, y, z) = e^{x-y+z} + \ln(x) - \ln(y) + 2\ln(z).$$