

APELLIDOS Nombre.....
D.N.I. **INDICAR EL GRUPO**

La puntuación de cada problema es 2 ptos. Justifica todas las respuestas.

Problema 1 Estudia la continuidad y diferenciabilidad en \mathbb{R}^2 de la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy+xy^3}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Problema 2 Calcula el plano tangente a la superficie parametrizada por $\Phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ siendo $\Phi(u, v) = (u^2, e^{v^2}, v^2 + 1)$ en el punto $\Phi(1, 1)$.

Problema 3 Determina y clasifica los puntos críticos de la función $f(x, y) = +x^3 + 2y^2 - 4xy - 1$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Problema 4 Considera la región del plano $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 - 2x \leq 0, 0 \leq y \leq x\}$.

- a) Representa gráficamente dicha región.
- b) Calcula la integral

$$\int \int_D xy \, dx \, dy.$$

Problema 5 Calcula utilizando el Teorema de Gauss (o de la divergencia) la integral sobre la esfera unidad centrada en el origen del campo $F(x, y, z) = (xy^2 + z, yz^2 + \log(z), zx^2 + e^x)$, según la normal exterior.