

APELLIDOS.....	Nombre.....
D.N.I.	INDICAR EL GRUPO

La puntuación de cada problema es 2 ptos. Justifica todas las respuestas.

Problema 1 Estudia la continuidad y diferenciabilidad en \mathbb{R}^2 de la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Problema 2 Considera las funciones $f(x, y) = \left(xy - \frac{y}{x}, \frac{x}{y} + y^3\right)$ y $g(u, v) = \left(\frac{u}{v}, u^2v, v\right)$. Calcula $D(g \circ f)$ en el punto $(1, 1)$ utilizando la regla de la cadena.

Problema 3 Determina y clasifica los puntos críticos de la función $f(x, y) = x^4 - 4xy + y^4 + 3$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Problema 4 Calcula la longitud de la siguiente curva parametrizada por $c : [\pi, 2\pi] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ siendo

$$c(t) = (x(t), y(t), z(t)) = \left(\frac{\text{sen}(t)}{t}, \frac{\text{cos}(t)}{t}, \frac{t}{2}\right),$$

desde $t = \pi$ hasta $t = 2\pi$.

Problema 5 Sea c la curva dada por las gráficas $y = x$ e $y = \sqrt{x}$ con $x \in [0, 1]$. Calcula la integral a lo largo de dicha curva recorrida en sentido positivo (antihorario)

$$\int_c y^2 dx + x^2 dy,$$

- a) directamente,
- b) aplicando el Teorema de Green.