

Apellidos	Nombre
D.N.I.	Grupo

La puntuación de cada problema es 2 ptos. Justifica todas las respuestas.

Problema 1 Estudia la existencia del plano tangente a la superficie grafo $z = f(x, y)$,

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

en $P_1 = (0, 0)$ y en $P_2 = (3, 1)$ En caso afirmativo, calcula la ecuación del plano tangente.

Problema 2 (2 puntos) Sean las funciones $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(x, y) = (x^2, x^3y, x + y)$, $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $g(u, v, w) = (v, u^2, uw)$.

(a) Calcula $Df(x, y)$ y $Dg(u, v, w)$.

(b) Utiliza la regla de la cadena para hallar la matriz $D(g \circ f)(1, 1)$,

Problema 3 Halla el valor máximo y mínimo de la función $f(x, y) = x^2 + y^2$, para $(x, y) \in D = [-1, 1] \times [0, 4]$. Halla los puntos $(a, b) \in D$ donde se alcanzan esos valores.

Problema 4 Utiliza coordenadas cilíndricas para hallar la integral de $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z$ sobre el sólido W que es la región comprendida dentro del cilindro $x^2 + y^2 = 4$, por debajo del paraboloides invertido $z = 9 - x^2 - y^2$ y por encima del plano $z = 0$.

Problema 5 Halla la integral de línea del campo vectorial $F(x, y) = (y^2, 2xy - e^{2y})$ a lo largo del camino que va de $(1, 0)$ a $(0, 1)$ por la trayectoria $\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t)$, $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$, y de $(0, 1)$ a $(1, 0)$ por el segmento de recta que une estos puntos.