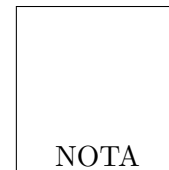


# Universidad Autónoma de Madrid

Facultad de Ciencias

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS



Cálculo II .

Primer Curso del Grado en Matemáticas y del Doble Grado Informática-Matemáticas.

Mayo 2011

---

Apellidos..... Nombre.....

D.N.I. .... Grupo .....

---

1) Sea  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por

$$f(x, y) = \sqrt{x^6 + y^2}.$$

Decidir razonadamente:

a) la existencia de las derivadas parciales de  $f$  en el punto  $(0, 0)$ ;

b) la diferenciabilidad de  $f$  en el punto  $(0, 0)$ .

---

2) Sea

$$F(x, y) = \frac{1}{x} + xy + \frac{1}{y}.$$

- a) Hallar los puntos críticos de la función  $F$ . Luego determinar si son máximos locales, mínimos locales o puntos de silla.
- b) Determinar la ecuación del plano tangente a la gráfica de la función  $z = F(x, y)$  en el punto  $(1, -1)$ .
-

**3)** a) Dado el campo vectorial  $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $F(x, y) = (-x^2y, xy^2 + \cos y)$ , calcular

$$\int_{\sigma} \vec{F} \cdot ds = \int_{\sigma} (xy^2 + \cos y) dy - x^2y dx,$$

siendo  $\sigma$  la frontera (orientada positivamente) de la región plana  $D = \{x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq x\}$ .

b) Comprobar si el campo vectorial  $F(x, y) = (y + y \ln x, x \ln x)$ ,  $x > 0$ ,  $y \in \mathbb{R}$ , es conservativo. En caso afirmativo, hallar sus funciones potenciales.

---

4) a) Dada la integral

$$\int_0^\pi \int_x^\pi \frac{\operatorname{sen} y}{y} dy dx,$$

dibújese la región de integración, cámbiese el orden de integración y calcúlese la integral.

b) Sea  $B$  la bola cerrada de centro 0 y radio  $R$  en el espacio  $\mathbb{R}^3$ . Escribese la integral

$$I = \int \int \int_B \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} e^{-(x^2 + y^2 + z^2)^2} dx dy dz$$

en coordenadas cilíndricas, sin calcularla.

c) Calcúlese la integral  $I$  del apartado b) usando las coordenadas esféricas.

---



BORRADOR

---

BORRADOR

---

BORRADOR

---