Cálculo II (PRIMER CURSO DE GRADO EN MATEMÁTICAS), 2010-11

Examen parcial 4 (04/05/2011)

Modelo 2

PUNTUACIÓN DEL EXAMEN (hasta 10 puntos):

P. 1–4	P. 5	TOTAL

Inicial del primer apellido: ________

NOMBRE: ____________________ APELLIDOS: ____

D.N.I. O PASAPORTE: ______________________________

FIRMA: ____

---

*Las preguntas **1–4** son de tipo test. Se pide elegir una única respuesta en cada problema y apuntar sólo una letra adecuada (A, B, C o D) en la casilla correspondiente.*
Cada respuesta correcta vale 2 puntos, incorrecta o doble: -0,5 puntos, respuesta en blanco: 0 puntos.

---

1. Cambiando el orden de integración en $I = \int_0^3 (\int_0^{y/3} f(x,y)dx)dy$, la integral se puede escribir como

(A) $I = \int_0^1 (\int_{3x}^3 f(x,y)dy)dx$, (B) $I = \int_0^1 (\int_0^{3x} f(x,y)dy)dx$,

(C) $I = \int_0^1 (\int_0^3 f(x,y)dy)dx$, (D) $I = \int_0^3 (\int_{3x}^3 f(x,y)dy)dx$.

---

2. El conjunto que en coordenadas cilíndricas se describe mediante las condiciones $r = 4$, $z = 2$ es:

(A) una semi-recta, (B) una recta, (C) un círculo, (D) una elipse.

---

3. Las ecuaciones

$$x = u - 1\,, \quad y = \cos v\,, \quad z = \operatorname{sen} v\,, \qquad u \in \mathbb{R}\,,\ 0 \le v \le 2\pi\,,$$

definen una de las posibles representaciones paramétricas de la siguiente superficie conocida:

(A) $y^2 + z^2 = 1$, (B) $y^2 - z^2 = 1$,

(C) $x^2 + y^2 - z^2 = 1$, (D) otra.

---

4. Sea E el sólido acotado por el paraboloide $z = 1 - x^2 - y^2$ y por el plano $z = 0$. Para una función $f \in C(E)$, la integral triple

$$I = \iiint_E f(x, y, z)\, dx\, dy\, dz$$

puede escribirse como iterada de la siguiente manera:

(A) $I = \displaystyle\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{-1}^{1} \int_0^{1-x^2-y^2} f(x, y, z)\, dz\, dy\, dx,$ (B) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{1} f(x, y, z) dz\, dy\, dx,$

(C) $I = \displaystyle\int_{-1}^{1} \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{1-x^2-y^2} f(x, y, z)\, dz\, dy\, dx,$ (D) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_0^{1-x^2-y^2} f(x, y, z) dz\, dy\, dx.$

El último ejercicio es de desarrollo. Se pide presentar una solución razonada, indicando los detalles del trabajo.

5. [2 puntos] Dada la superficie parametrizada:

$$x = u^3\,, \quad y = \cos v\,, \quad z = \operatorname{sen} v\,, \qquad u \in \mathbb{R}\,,\ 0 \le v \le 2\pi\,,$$

calcular su vector normal $\vec{\mathbf{n}} = T_u \times T_v$ en un punto arbitrario $(x(u, v), y(u, v), z(u, v))$. (No se pide normalizar $\vec{\mathbf{n}}$.)