

Cálculo II (PRIMER CURSO DE GRADO EN MATEMÁTICAS), 2010-11

Examen parcial 4 (04/05/2011)

Modelo 1

PUNTUACIÓN DEL EXAMEN (hasta 10 puntos):

P. 1-4	P. 5	TOTAL

Inicial del primer apellido: _____

NOMBRE: _____ APELLIDOS: _____

D.N.I. O PASAPORTE: _____

FIRMA: _____

Las preguntas 1-4 son de tipo test. Se pide elegir una única respuesta en cada problema y apuntar sólo una letra adecuada (A, B, C o D) en la casilla correspondiente.

Cada respuesta correcta vale 2 puntos, incorrecta o doble: -0,5 puntos, respuesta en blanco: 0 puntos.

1. Cambiando el orden de integración en $I = \int_0^1 \left(\int_{x^2}^1 f(x, y) dy \right) dx$, la integral se puede escribir como

- (A) $I = \int_0^1 \left(\int_{y^2}^1 f(x, y) dx \right) dy$, (B) $I = \int_0^1 \left(\int_{\sqrt{y}}^1 f(x, y) dx \right) dy$,
(C) $I = \int_0^1 \left(\int_0^y f(x, y) dx \right) dy$, (D) $I = \int_0^1 \left(\int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx \right) dy$.

2. El conjunto que en coordenadas cilíndricas se describe mediante las condiciones $\theta = \pi/2$, $z = 4$ es:

- (A) una semi-recta, (B) una recta, (C) un círculo, (D) una elipse.

3. Las ecuaciones

$$x = u^3, \quad y = \cos v, \quad z = \sin v, \quad u \in \mathbb{R}, \quad 0 \leq v \leq 2\pi,$$

definen una de las posibles representaciones paramétricas de la siguiente superficie conocida:

- (A) $x^2 + y^2 - z^2 = 1$, (B) $y^2 - z^2 = 1$,
(C) $y^2 + z^2 = 1$, (D) otra.

4. Sea E el sólido acotado por el paraboloide $z = 1 - x^2 - y^2$ y por el plano $z = 0$. Para una función $f \in C(E)$, la integral triple

$$I = \iiint_E f(x, y, z) \, dx \, dy \, dz$$

puede escribirse como iterada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{(A)} \quad I &= \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{1-x^2-y^2} f(x, y, z) \, dz \, dy \, dx, & \text{(B)} \quad \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^1 f(x, y, z) \, dz \, dy \, dx, \\ \text{(C)} \quad I &= \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{-1}^1 \int_0^{1-x^2-y^2} f(x, y, z) \, dz \, dy \, dx, & \text{(D)} \quad \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_0^{1-x^2-y^2} f(x, y, z) \, dz \, dy \, dx. \end{aligned}$$



El último ejercicio es de desarrollo. Se pide presentar una solución razonada, indicando los detalles del trabajo.

5. [2 puntos] Dada la superficie parametrizada:

$$x = u^3, \quad y = \cos v, \quad z = \sin v, \quad u \in \mathbb{R}, \quad 0 \leq v \leq 2\pi,$$

calcular su vector normal $\vec{n} = T_u \times T_v$ en un punto arbitrario $(x(u, v), y(u, v), z(u, v))$. (No se pide normalizar \vec{n} .)