Cálculo II (PRIMER CURSO DE GRADO EN MATEMÁTICAS), 2009-10

Examen parcial 3, día 13/04/2010

SOLUCIONES

Respuestas a las preguntas de tipo test:

Modelo 1

C E A.

Modelo 2

B A D.

Modelo 3

D B C.

---

4. [1 punto]
(a) [0,4 puntos] Hallar los puntos críticos de la función

$$f(x, y) = x^2 - 3xy + 2y^2 .$$

Para que (x, y) sea un punto crítico de f, las derivadas parciales de primer orden deben cumplir

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x - 3y = 0 , \quad \frac{\partial f}{\partial y} = -3x + 4y = 0 .$$

Tenemos, por tanto, un sistema lineal de dos ecuaciones en dos variables con el determinante del sistema no nulo. Por tanto, sólo hay una solución y es $(0, 0)$. Lo mismo se puede concluir eliminando una de las incógnitas de cualquiera de las dos ecuaciones, por ejemplo $y = 2x/3$ y sustituyéndola en la otra, o aplicando algún otro método conocido (pero es importante justificarlo).

(b) [0,6 puntos] Razonar si los puntos hallados en el apartado (a) son máximos, mínimos o puntos de silla.
La matriz Hessiana de f es constante:

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

y, por tanto, es el mismo en el punto crítico $(0, 0)$. El determinante Hessiano es $\Delta_2 = 8 - 9 = -1 < 0$. Según un teorema para las funciones de dos variables (visto en clase), esto implica que $(0, 0)$ es un punto crítico no degenerado y es un punto silla.