

Cálculo II (PRIMER CURSO DE GRADO EN MATEMÁTICAS), 2009-10
Examen parcial 2, día 09/03/2010

Modelo 3

PUNTUACIÓN DEL EXAMEN:

P. 1-2	P. 3	TOTAL

Inicial del primer apellido: _____

NOMBRE: _____ APELLIDOS: _____

D.N.I. O PASAPORTE: _____

FIRMA: _____

Las preguntas 1 y 2 son de tipo test. Se pide elegir una única respuesta a cada problema y apuntar la letra adecuada en la casilla correspondiente.

Cada respuesta correcta vale 0,5 puntos, incorrecta o doble: -0,1 puntos, respuesta en blanco: 0 puntos.

1. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta para la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- (A) no tiene límite, ni finito ni infinito, en el origen ;
- (B) sí tiene límite infinito en el origen ;
- (C) tiene límite finito en el origen pero no es continua ahí ;
- (D) sí es continua en el origen ;
- (E) ninguna de las afirmaciones (A)–(D) es cierta .

2. La dirección de máximo crecimiento de la función

$$f(x, y) = x^3 - 2xy + y^2$$

en el punto $(1, 1)$ es la dirección del vector:

- (A) $\frac{\mathbf{i} + \mathbf{j}}{\sqrt{2}}$; (B) \mathbf{j} ; (C) \mathbf{i} ; (D) $\frac{\mathbf{i} - \mathbf{j}}{\sqrt{2}}$; (E) otra.

El último ejercicio es de desarrollo. Se pide presentar una solución razonada indicando los detalles, explicando el método y nombrando o enunciando los teoremas utilizados.

3. [1,5 = 0,5 + 1 puntos]

(a) Dada la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0), \end{cases}$$

calcular el vector $\nabla f(0, 0)$.

(b) Decidir razonadamente si f es diferenciable en el origen o no.