

Análisis Matemático I

Grado en Tecnología y Servicios de Ingeniería de Telecomunicación, 2010-11

Ejercicios mixtos, para preparar el examen parcial

Las siguientes preguntas podrían servir, a título orientativo, como preguntas-modelo para el examen parcial. El número de problemas, el contenido o el nivel de dificultad del verdadero examen pueden ser muy diferentes de este modelo. Tiempo recomendado para practicar con estos problemas: 1 hora.

Las preguntas iniciales son de tipo test y no se pide justificar la respuesta de entre las 5 ofrecidas. Sólo una de las cinco es correcta.

1.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 + 2x - 1}{8x^3 - 6x^2 + x}$$

(A) $= +\infty$, (B) $= -\infty$, (C) $= 0$, (D) $= \frac{3}{8}$, (E) no existe.

2. La tangente a la gráfica de la función $f(x) = x^3 - ax^2 - (2a^2 + 3)x + 1$ es horizontal en el punto $(0, 1)$ para

(A) $a = 2$, (B) $a = 1$, (C) $a = 0$, (D) $\sqrt{3/2}$, (E) ningún valor real del parámetro a .

3. El dominio de la función

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^2 - 10x + 21}}$$

es:

(A) $[0, 3)$, (B) $(3, 7)$, (C) $[7, +\infty)$, (D) $(3, 7]$, (E) $[0, 3) \cup (7, +\infty)$.

4. Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{x-2}$ y $g(x) = x^2 + 1$, la función compuesta $f(g(x))$ viene dada por la fórmula:

(A) $\sqrt{x-1}$, (B) $x-1$, (C) x^2-1 , (D) $\sqrt{x^2-1}$, (E) ninguna de las anteriores.

5. El valor exacto del límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n-1} \right)^{n-1}$$

es:

(A) \sqrt{e} , (B) e^2 , (C) e , (D) $1/e$, (E) $+\infty$.

6. ¿Cuáles de los siguientes límites existen y son finitos?

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x}, \quad B = \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{sen} \frac{1}{x^2}, \quad C = \lim_{x \rightarrow 0} \cos \frac{1}{x}.$$

(A) sólo B y C; (B) sólo A y C; (C) sólo A; (D) sólo C; (E) ninguno.

Las siguientes preguntas son de desarrollo. Se pide razonar las respuestas de manera concisa pero clara, mostrando el trabajo e indicando los nombres o los enunciados de los resultados que se utilicen.

7. Estudiar la existencia de los límites laterales, la continuidad y la diferenciabilidad de la función

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & \text{si } x \leq 0, \\ 1, & \text{si } x > 0, \end{cases}$$

en $x = 0$.

8. Para

$$f(x) = \log(e^{x^2} + 5x),$$

calcular $\frac{df}{dx}$ en todos los puntos donde exista; no se pide hallar el dominio de la función.

9. Demostrar que la ecuación $x - \operatorname{sen} x - 5 = 0$ tiene, al menos, una solución real.

10. Determinar razonadamente los valores de los parámetros a y b para que se cumpla

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n + 1} - an - b) = 3.$$

11. Estudiar el dominio, la continuidad y la diferenciabilidad de la función $f(x) = \log\left(\frac{e^x - 1}{x}\right)$.

12. Determinar todos los valores posibles de los parámetros a y b para los que la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{si } x \leq 1, \\ ax + b, & \text{si } 1 < x < 2, \\ e^x - a, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

sea derivable en todo $x \in \mathbb{R}$.
