Análisis Matemático I (Ing. de Telecomunicación), 2009-10

Examen final - convocatoria extraordinaria

08 de septiembre de 2010

Modelo 1

PUNTUACIÓN DEL EXAMEN:

P. 1–14	P. 15	P. 16	TOTAL

Inicial del primer apellido: ________

NOMBRE: ________________________

APELLIDOS: ____

D.N.I. O PASAPORTE: _____________________________

FIRMA: ____

Primera Parte: preguntas de tipo test (hasta 84 puntos)

TABLA DE RESPUESTAS

Probl.	P. 1	P. 2	P. 3	P. 4	P. 5	P. 6	P. 7	P. 8	P. 9	P. 10	P. 11	P. 12	P. 13	P. 14
Resp.														

Las preguntas 1–14 son de tipo test. Se pide elegir una única respuesta en cada problema y apuntarla en la tabla de la página anterior.
Cada respuesta correcta vale 6 puntos, incorrecta o doble: -1 punto, respuesta en blanco: 0 puntos.

---

1. El valor del límite $\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+7n+4}-n)$ es:

(A) 0; (B) $\frac{7}{2}$; (C) 7; (D) $\frac{3}{2}$; (E) $+\infty$; (F) otro.

---

2. La suma de la serie $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n 2^n}{3^{n+1}}$ es:

(A) 9, (B) $\frac{1}{9}$, (C) 1, (D) $\frac{1}{3}$, (E) $\frac{1}{5}$; (F) ninguno de los valores anteriores.

---

3. Para la función $f(x) = x \operatorname{sen} x$, su polinomio $P_2(x)$ de Taylor de orden 2 en $x=0$ es el siguiente:

(A) $1-x^2$, (B) $x-x^2$, (C) x^2, (D) $-x^2$, (E) $\frac{x^2}{2}$, (F) $x^2-\frac{x^4}{4!}$.

---

4. ¿Cuántas asíntotas paralelas a alguno de los ejes Ox y Oy tiene la gráfica de la función $y=\frac{2x^2+3}{x^2-9}$?

(A) dos verticales y una horizontal, (B) una vertical y ninguna horizontal,
(C) una vertical y una horizontal, (D) ninguna vertical y dos horizontales,
(E) dos verticales y ninguna horizontal, (F) una vertical y dos horizontales.

---

5. Consideremos los siguientes límites:

$$L=\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{xy}{4x^2+3y^2}, \qquad M=\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{\operatorname{sen}(x^2y^2)}{x^2y^2}, \qquad N=\lim_{(x,y)\to(0,0)} x^2\cos\frac{xy}{4x^2+3y^2}.$$

¿Cuál de ellos existe (como límite finito)?

(A) los tres; (B) sólo M; (C) sólo N; (D) sólo M y N; (E) ninguno; (F) sólo L y M.

---

6. Dada la función $f(x,y)=\ln(x^2+\lambda y)$, ¿para qué valores reales del parámetro λ es el vector gradiente $\nabla f(1,1)$ ortogonal al vector $(1,-2)$?

(A) para ninguno; (B) para todos; (C) $\lambda=2$; (D) $\lambda=\pm1$; (E) $\lambda=1$; (F) $\lambda=-1$.

---

7. El único punto de inflexión de la función $f(x)=x\,e^{-3x}$ es el siguiente:

(A) $-1/3$, (B) $-2/3$, (C) $1/3$, (D) 1, (E) $3/2$, (F) $2/3$.

---

8. El valor del límite $\lim_{x\to 0+} (1+2x)^{1/x}$ es:

(A) e, (B) $\frac{1}{e^2}$, (C) 1, (D) 0, (E) e^2, (F) $+\infty$.

---

9. Dadas las series infinitas

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}, \qquad \sigma = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}(\frac{1}{n}+n^3)}{n^2},$$

podemos afirmar que:
(A) ambas convergen absolutamente, (B) S converge condicionalmente y σ absolutamente,
(C) S diverge y σ converge absolutamente, (D) S diverge y σ converge condicionalmente,
(E) ambas convergen condicionalmente, (F) ambas divergen.

---

10. El área de la región en el plano acotada por las curvas $y = 4-x$, $y = \frac{3}{x}$ es igual a:

(A) $4 - 3\ln 3$, (B) $\ln 2$, (C) $\pi \ln 3$, (D) $\pi^2/3$, (E) $3/2$, (F) otro valor.

---

11. Para la función

$$f(x) = \begin{cases} 2\cos x, & \text{si } x > 0 \\ e^x + 1, & \text{si } x \leq 0, \end{cases}$$

sólo una de las siguientes afirmaciones es cierta. ¿Cuál de ellas?

(A) no existe $\lim_{x\to 0} f(x)$, (B) existe $\lim_{x\to 0} f(x)$ pero f no es continua en 0,
(C) f es continua en 0 pero $\lim_{x\to 0} f(x) \neq f(0)$, (D) f es continua en 0 pero $f'(0)$ no existe,
(E) $f'(0)$ sí existe (como valor finito), (F) $f'(0) = +\infty$.

---

12. El valor de la integral $\int_0^{\pi/2} \operatorname{sen} x \cos^3 x \, dx$ es:

(A) $\frac{\pi}{3}$, (B) $\frac{3}{4}$, (C) $\frac{1}{3}$, (D) $\frac{1}{4}$, (E) 0, (F) $\frac{\pi}{2}$.

---

13. Para la función $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy$, el punto $(1,1)$ es:
(A) un punto de mínimo, (B) un punto de máximo, (C) un punto de silla,
(D) un punto crítico que no es ni un punto silla ni un punto de extremo local,
(E) no es un punto crítico de la función, (F) ninguno de los anteriores.

---

14. $\int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \operatorname{sen} x \cos y \, dx \, dy =$

(A) π; (B) 1; (C) -2π; (D) -2; (E) 2π, (F) 0.

Segunda Parte: ejercicios de desarrollo (hasta 16 puntos)

15. [8 puntos] Calcular la integral indefinida $I = \displaystyle\int \operatorname{arc\,tg} x \, dx$. (Se pide indicar todos los detalles relevantes, nombrar y explicar el método utilizado.)

---

16. [8 puntos] Calcular razonadamente $J = \displaystyle\int_0^1 \left(\int_y^1 e^{-x^2} \, dx \right) dy$, nombrando el teorema usado y explicando lo que se hace.