Topología, UAM 2018-19 **3º de Matemáticas / 4º de Doble Titulación**

PRIMER EXAMEN PARCIAL, 31/10/2018

APELLIDOS, NOMBRE ____________________

D.N.I. __________ GRUPO __________ FIRMA __________

1. [1 **punto**] En un espacio topológico arbitrario, para todo conjunto A se cumple la relación $\partial A = \partial(\operatorname{Int}(\overline{A}))$. ¿Cierto o falso? Justifica la respuesta, dando una prueba o un contrajemplo.

2. [3 **puntos**] Sea (X, d) un espacio métrico y $F \subset X$. Demuestra que F es cerrado si y sólo si
$$\{x :\ d(x, F) = 0\} \subset F\,.$$

3. [3 **puntos**] Consideremos en $\mathbb{R}$ la topología $\mathcal{T}_{\rightarrow}$ que tiene como base $\mathcal{B} = \{(a, +\infty) : a \in \mathbb{R}\}$. Para el conjunto $A = \{0\}$, determina los conjuntos $\overline{A}$, A' y ∂A. No es necesario justificar la respuesta.

4. Consideremos el espacio $X = \{p+\frac{1}{q} \; : \; p = 0, 1, 2, \ldots ; q = 2, 3, 4, \ldots\}$ dotado con la topología del orden natural.

   (a) [1 **punto**] Muestra dos abiertos que separen los puntos $1 + \frac{1}{3}$ y $1 + \frac{1}{2}$.

   (b) [2 **puntos**] Demuestra que X es un espacio de Hausdorff.