

1. Desarrolle las siguientes expresiones:

$$\left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2, \quad (\sqrt{2} - 1)^3, \quad (2x + 1)^3, \quad (n - 2)^3$$

y calcule su valor exacto cuando sea posible.

2. Factorice completamente las siguientes expresiones:

$$x^4 - 16, \quad x^3 + 27, \quad a^4 - b^4, \quad x^6 - 1.$$

3. Sean $a, b > 0$, $a \neq b$. Simplifique las siguientes fracciones:

$$\frac{a^2 + ab}{ab + b^2}, \quad \frac{(a + b)^2}{a^2 - b^2}, \quad \frac{a^3 - b^3}{(a + b)^2 - ab}, \quad \frac{a - b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}.$$

4. Simplifique las siguientes expresiones racionalizando el denominador:

$$\frac{1}{\sqrt{5} - 2}, \quad \frac{1}{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}, \quad \frac{1}{\sqrt[3]{n+1}}.$$

5. Encuentre un cero entero (o racional) del polinomio dado y luego una factorización del mismo:

$$x^3 + x + 2, \quad 2x^2 + 7x + 6, \quad 3x^3 - x^2 + 3x - 1.$$

6. Resuelva las siguientes ecuaciones:

$$x^2 - 6x + 4 = 0, \quad t^4 + t^2 - 6 = 0, \quad 3x^3 - x^2 + 3x - 1 = 0.$$

7. (a) Resuelva las siguientes ecuaciones:

$$\sqrt{x+3} = 2, \quad \sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = 2,$$

comprobando si las soluciones obtenidas efectivamente lo son o no.

$$(b) \text{ Lo mismo para las ecuaciones } \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = 2, \quad \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = 2.$$

8. Decida razonadamente para qué valores de x se tiene que

$$(a) \sin x = 0; \quad (b) \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad (c) \tan x = 1.$$

9. Usando la identidad $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, escriba $\sin^5 x \cos^2 x$ como suma de términos de la forma $\sin x \cos^n bx$, donde n, b son enteros (b puede variar de término a término).