

TIEMPO DISPONIBLE: 90 MINUTOS

(CADA PROBLEMA DEBE IR EN UNA HOJA DISTINTA)

APELLIDOS Y NOMBRE \_\_\_\_\_

GRUPO \_\_\_\_\_ FIRMA \_\_\_\_\_

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|--|--|--|--|

Hay que JUSTIFICAR todas las respuestas

1) (2 puntos).

Calcular

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2018}$$

2) (5 puntos).

Factorizar

$$p(x) = x^4 - 8x^3 + 28x^2 - 36x + 15$$

como producto de factores irreducibles en  $\mathbb{Q}[x]$ ,  $\mathbb{C}[x]$  y  $\mathbb{Z}_7[x]$ .

3) (3 puntos).

a) Demostrar que  $X^4 + X^3 + \bar{1}$  es irreducible en  $\mathbb{Z}_2[X]$ .

b) Se denota por  $\mathbb{Z}_2[X]/(X^4 + X^3 + \bar{1})$  el conjunto cociente de  $\mathbb{Z}_2[X]$  mediante la relación de equivalencia

$$f(X) R g(X) \Leftrightarrow f(X) - g(X) \text{ es un múltiplo de } X^4 + X^3 + \bar{1}$$

¿Cuántos elementos tiene  $\mathbb{Z}_2[X]/(X^4 + X^3 + \bar{1})$ ?