

Conjuntos y Números

GUÍA DEL CURSO 2019-20

1º MAT/DG, UAM

Contenidos

TEMA 1. Lógica elemental. Proposiciones. Cuantificadores. Métodos de demostración.

TEMA 2. Conjuntos. Formas de especificar un conjunto. El conjunto vacío. Relación de inclusión. Operaciones con conjuntos. Partes de un conjunto. Números combinatorios. Teorema del binomio de Newton. Álgebra de Boole. Conjunto universal (Paradojas).

TEMA 3. Funciones. Producto cartesiano de dos conjuntos. Concepto de función. Gráficas. Funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas. Conjuntos finitos. Principio del palomar. Ejemplos. Composición de funciones y función inversa. Comportamiento respecto a la unión, la intersección y el complementario.

TEMA 4. Relaciones de orden. Relación binaria sobre un conjunto. Propiedades reflexiva, simétrica, antisimétrica y transitiva. Relaciones de orden. Máximos, mínimos, elementos maximales y minimales, Cotas, supremos e ínfimos. Relaciones de orden total. Axioma de elección, conjuntos inductivos, lema de Zorn. Ejemplos y aplicaciones.

TEMA 5. Relaciones de equivalencia y clases de equivalencia. Particiones y conjunto cociente. Funciones definidas en el conjunto cociente. Conjuntos equipotentes. Teorema de Cantor-Schröder- Bernstein. Idea de cardinal. Conjuntos numerables y no numerables y sus propiedades. La hipótesis del continuo.

TEMA 6. Teoría de números elemental. Operaciones binarias: grupos, anillos, cuerpos. Los números enteros. Propiedades de las operaciones y el orden en los enteros. Divisibilidad en los enteros. Congruencias módulo n . Teorema de la división, máximo común divisor y mínimo común múltiplo. Algoritmo de Euclides. Identidad de Bézout. Números primos entre sí. Números Primos. Teorema de Euclides. Teorema fundamental de la aritmética. Ecuaciones diofánticas. Ecuaciones lineales en congruencias. Sistemas de congruencias y el teorema chino del resto. El teorema pequeño de Fermat. La función ϕ de Euler y el teorema de Euler.

TEMA 7. Extensiones de \mathbb{Q} . Los cuerpos \mathbb{R} y \mathbb{C} . Construcción de los números reales. Propiedad del supremo. Números complejos. Representación geométrica. Forma polar. Potencias y raíces de un número complejo. Raíces de la unidad.

TEMA 8. Polinomios. Anillos de polinomios. Grado de un polinomio. Teorema de la división. Ceros de un polinomio. Multiplicidad. Funciones polinómicas. Unidades y polinomios irreducibles. Factorización. El Lema de Gauss y sus consecuencias. Irreducibilidad en $\mathbb{Z}[x]$. Criterio de Eisenstein. Teorema fundamental del álgebra. Polinomios irreducibles en $\mathbb{C}[x]$ y en $\mathbb{R}[x]$.

Libros de consulta

- Córdoba, A., La saga de los números. *Editorial Crítica*, 2006.
- Cupillari, A., The Nuts and Bolts of Proofs, Third Edition, *Academic Press*, 2005.
- Devlin, K., Sets, functions, and logic: an introduction to abstract mathematics. *Chapman - Hall*, 1995.
- Dorransoro, J y Hernández E, Números, grupos y anillos *Addison Wesley Iberoamericana*, 1996.
- Eccles, P.J. An Introduction to Mathematical Reasoning: Numbers, Sets and Functions. *Cambridge University Press*, 1997.
- Gilbert, W. J. y Vanstone S. A., An introduction to mathematical thinking: algebra and number systems. *Pearson Prentice Hall*, 2005.
- Halmos P., Naive Set Theory. *Springer*, 1974.
- Hamilton, A.G., Numbers, sets and axioms, the apparatus of mathematics. *Cambridge University Press*, 1982.
- Liebeck M. W., A concise introduction to pure mathematics. *CRC Press, Taylor - Francis group*, 2011.

Profesores de la asignatura

GRUPO DE MAÑANA

- Ana Vargas, despacho M-17-209, ana.vargas@uam.es (Teoría)
- M^a Victoria Melián, despacho M-8-207-A, mavi.melian@uam.es (Prácticas)

GRUPO DE TARDE

- Dragan Vukotic, despacho M-08-208, dragan.vukotic@uam.es (Teoría)
- Federico Cantero, despacho M-17-208, federico.cantero@uam.es (Prácticas)