

# Conjuntos y Números

EXAMEN PARCIAL 1

19 DE OCTUBRE DE 2018

**Hay que justificar todas las respuestas**

**Tiempo disponible: 90 minutos**

APELLIDOS Y NOMBRE: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_\_

--	--	--	--	--

1. (2 puntos) Demostrar que

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \cdots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$$

2. (2 puntos) Demostrar que si  $A \cap B = A \cap C$  y  $A \cup B = A \cup C$ , entonces  $B = C$ .

3. (3 puntos) Sean  $f : X \rightarrow Y$  y  $g : Y \rightarrow Z$  funciones. Dar una demostración o un contraejemplo de las siguientes afirmaciones:

- (a) Si  $g \circ f$  es sobreyectiva, entonces  $g$  es sobreyectiva
- (b) Si  $g \circ f$  es sobreyectiva, entonces  $f$  es sobreyectiva.

4. (3 puntos) Para la relación de orden dada en  $\mathbb{N}$  por  $a|b$ ,  $a$  divide a  $b$ .

- (a) Hallar los elementos maximales, minimales, máximos y mínimos del conjunto

$$X = \{2^n \cdot 3^m : n, m \in \mathbb{N} \cup \{0\}, n + m \leq 12\}.$$

- (b) Encontrar, si es posible, un subconjunto de  $\mathbb{N}$  de 5 elementos que tenga exactamente 3 elementos minimales y 3 elementos maximales.