

APELLIDOS: _____

NOMBRE: _____ GRUPO _____

1)

a) Definir una singularidad aislada de una función holomorfa. Dar también las definiciones de una singularidad evitable, un polo y una singularidad esencial, aportando un ejemplo para cada uno de estos casos.

b) Utilizando el teorema de los residuos, calcular la integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 1)^2} dx.$$

2) Se conoce que una función entera f satisface

$$|f(z + 1) - f(z)| \leq C,$$

$$|f(z + i) - f(z)| \leq C$$

para todo número complejo z , donde C es una constante.

a) Demostrar que existe una constante K tal que $|f(z)| \leq K(|z| + 1)$ para todo $z \in \mathbb{C}$.

b) Deducir que f es una constante o un polinomio de grado 1.

c) Enunciar el teorema de Liouville y dar su demostración.