

Tema 11. Representación de funciones.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES

1. Dominio, continuidad y derivabilidad. Funciones periódicas y simétricas.
 - 1.1. Dominio: Cocientes: ceros del denominador. Raíces pares: radicando negativo. Funciones trascendentes según características.
 - 1.2. Cont. Y Der.: Habitualmente en su dominio, salvo f. A trozos.
 - 1.3. Periódicas de periodo T: $f(x+T) = f(x)$
 - 1.4. Simetría OY: $f(-x) = f(x)$
 - 1.5. Simetría origen: $f(-x) = -f(x)$

2. Signos de f: cortes con los ejes.
 - 2.1. Signos: se divide \mathfrak{R} en intervalos mediante ceros y p. de discontinuidad.
 - 2.2. Corte eje OX: $y = 0$
 - 2.3. Corte eje OY: $x = 0$

3. Asíntotas y valores en ∞
 - 3.1. Asíntota vertical: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty \Rightarrow x = a$
 - 3.2. Asíntota horizontal: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \Rightarrow y = L$ (se obtienen los valores en ∞)
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$
 - 3.3. Asíntota oblicua: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = m; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - mx = n \Rightarrow y = mx + n$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) = m; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - mx = n \Rightarrow y = mx + n$

4. Signos de f': crecimiento y decrecimiento. Extremos relativos.

$$\left\{ \begin{array}{l} f'(x_0) > 0 \Rightarrow f \text{ estrictamente creciente} \\ f'(x_0) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f''(x_0) > 0 \Rightarrow \text{Mínimo} \\ f''(x_0) = 0 \Rightarrow \text{Dudoso} \Rightarrow f''(x_0) \neq 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n \text{ par} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f^n(x_0) > 0 \Rightarrow \dots \\ f^n(x_0) < 0 \Rightarrow \dots \end{array} \right. \\ n \text{ impar} \Rightarrow \text{Punto de Inflexión} \end{array} \right. \\ f''(x_0) < 0 \Rightarrow \text{Máximo} \end{array} \right. \\ f'(x_0) < 0 \Rightarrow f \text{ estrictamente decreciente} \end{array} \right.$$

		$(x_0 - \epsilon, x_0)$	x_0	$(x_0, x_0 + \epsilon)$	
Extremos	f'	\nearrow	0	\searrow	Máximo relativo
	f'	\searrow	0	\nearrow	Mínimo relativo

5. Signos de f'': concavidad y convexidad. Puntos de inflexión.

$$\left\{ \begin{array}{l} f''(x_0) > 0 \Rightarrow f \text{ cóncava (cóncava positiva } \cup) \\ f''(x_0) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f'''(x_0) \neq 0 \Rightarrow \text{P. Inflexión} \\ f'''(x_0) = 0 \Rightarrow \text{Dudoso} \Rightarrow f''(x_0) \neq 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n \text{ par} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f^n(x_0) > 0 \Rightarrow \text{C} \\ f^n(x_0) < 0 \Rightarrow \text{C} \end{array} \right. \\ n \text{ impar} \Rightarrow \text{Punto de Inflexión} \end{array} \right. \\ f''(x_0) < 0 \Rightarrow f \text{ convexa (cóncava positiva } \cap) \end{array} \right.$$

		$(x_0 - \epsilon, x_0)$	x_0	$(x_0, x_0 + \epsilon)$	
Puntos de Inflexión:	f''	\cup	0	\cap	Punto de Inflexión
	f''	\cap	0	\cup	Punto de Inflexión

6. Tabla de valores