

1) Razonar si es verdadero o falso:

(a) $\{1.636363\dots, 5/7, -40.5555\dots\} \subset \mathbb{Q}$.

(b) $0.999999\dots = 1$.

(c) $\exists x \in \mathbb{Z}$ tal que $x \notin \mathbb{Q}$.

(d) $\{\pi, \sqrt{12}, 2/3\} \subset \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

(e) $\forall x \in \mathbb{Q}, \exists a, b \in \mathbb{Q}, b \neq 0$, tales que $x = a/b$.

(f) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x + 1 = 4\} \subset \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$.

2) Convertir en fracciones equivalentes sin radicales en el denominador: $\frac{3}{2\sqrt{6}}, \frac{2}{3\sqrt[3]{2}}, \frac{6}{\sqrt{5+\sqrt{2}}}, \frac{abc}{\sqrt{abc^3}}, \frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$.

3) Simplificar: $5\sqrt{8} - 2\sqrt{50} + \sqrt{32} - \sqrt{2}, \sqrt{a}\sqrt[3]{a}\sqrt[6]{a}, \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \frac{\sqrt[5]{x}\sqrt{x}}{x^{1/3}}, \sqrt[6]{5}/\sqrt[3]{5}, \frac{2}{2+\sqrt{2}} - \frac{3}{3+\sqrt{3}} - \frac{6}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$.

4) Calcular: $\log_2 8, \log_6 48, \log_{1/4} 8, \frac{1}{2} \log 25 - 2 \log 5 - \log 2, e^{\log \log e^4}, \log \sqrt{e} + 2 \log \sqrt[4]{e}$.

5) Resolver las siguientes ecuaciones trigonométricas en el intervalo $[0, 2\pi]$:

(a) $5 \operatorname{sen} x = 2 \operatorname{cos} x$.

(b) $\operatorname{sen}(3x - 3\pi/2) = 0$.

(c) $\operatorname{tg} 3x + 3 = 0$.

(d) $2 \operatorname{cos} 2x = \sqrt{3}$.

(e) $\operatorname{sen} x - 2 \operatorname{sen} x \operatorname{cos} x = 0$.

(f) $\operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x = \sqrt{2}$.

(g) $\operatorname{cos}(2x) - 3 \operatorname{cos} x + 2 = 0$.

(h) $\operatorname{tg}(x) \cdot \operatorname{tg}(2x) = 5$.

6) Hallar la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo en caso de que el triángulo tenga:

(a) un ángulo de 30° y el cateto contiguo de 5 cm,

(b) un ángulo de 60° y el cateto opuesto de 5 cm,

(c) catetos de longitudes 5 cm y $10/\sqrt{3}$ cm.

¿Son los tres triángulos iguales?

7) Descomponer en factores los polinomios: $x^3 - x, x^4 - x^2, 2x^2 - x - 1, x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$.

8) Simplificar: $\frac{x^2-9}{x+3}, \frac{3a^2+a}{3a^3+a^2-12a-4}, \frac{1}{4x^2-9} - \frac{x-3}{2x+3} - \frac{x+3}{x}, \left(\frac{y+2}{y+1} - \frac{y+1}{y-2}\right) \frac{y+1}{2y+5}, \frac{\frac{x-1}{x+2} - \frac{x+2}{x-1}}{1 - \frac{1}{x-1}}$.

9) Resolver las ecuaciones: $x^4 - 10x^2 + 9 = 0, \frac{3x+2}{x-1} - \frac{2}{x+1} = 5, \sqrt{x+4} + \sqrt{x} = 4, x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$.

10) Resolver las inecuaciones siguientes y representar sus conjuntos de soluciones sobre la recta real:

$(x+5)(x+2) > 0, 1 - \frac{x+3}{x+6} \geq 0, \frac{2x+1}{x+2} > 0, 0 < \frac{1}{x^2+4x+5} \leq 1, \operatorname{sen}^2 x \leq 0, \operatorname{cos} x \geq \frac{1}{2}, e^{-2x} > 0, \log 3x > 0, \log \log x < 0, \log x + \log(x+1) \geq 1, x^2 - 4|x| - 12 < 0$.

11) Resolver los sistemas de ecuaciones:

(a) $x - y = 3, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{10}$.

(b) $x - y = \frac{1}{6}, xy = \frac{1}{6}$.

(c) $2x - y = 3, x^2 - xy + y^2 = 1$.

(d) $\log x + \log(2y) = 3, e^{x^2+y^2} = 2$.

12) El área de un rectángulo es 1200 m^2 y su diagonal mide 50 m. Halla sus dimensiones.

13) La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 10 m. Si los catetos aumentan en 3 y 4 m la hipotenusa vale 15 m. Halla los catetos.

14) Una chica tiene 24 años. ¿Como tiene que ser λ para que dentro de λ años su edad supere al triple de la que tenía hace λ años?