

EXAMEN JUNIO 2016

APELLIDOS, NOMBRE _____

D.N.I. _____ FIRMA _____

TIEMPO DISPONIBLE: 3 HORAS 30 MINUTOS

1. (2 puntos)

a) Se consideran los siguientes vectores en \mathbb{R}^4 :

$$\vec{u}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{u}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{u}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Decidir, si son linealmente independientes, si generan \mathbb{R}^4 y si son una base de \mathbb{R}^4 .

b) Calcula la dimensión del subespacio vectorial de \mathbb{R}^4 dado por las ecuaciones siguientes:

$$\left. \begin{aligned} x + 2y + t &= 0 \\ x + 3y + z + t &= 0 \\ x - y - 3z + t &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Calcula una base de este subespacio.

2. (2 puntos)

a) Encontrar un número b tal que 5 sea un autovalor de la matriz

$A = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$. Demostrar que para este valor de b , A es diagonalizable y encontrar una matriz invertible P y una matriz diagonal D que cumplan la relación $AP = PD$.

b) Dar un ejemplo de una matriz real no diagonalizable con todos los autovalores reales.

3. (2 puntos) La piscifactoría El Molino coloca a los alevines de trucha de 2 centímetros de longitud en tanques especiales. Se estima que la velocidad de crecimiento de un alevín desde el instante en que se instala en dicho tanque viene dada, en tiempo t (meses) por $v(t) = \frac{11t^2}{(2t^3 + 1)^2}$ (velocidad dada en centímetros por mes). ¿Qué tamaño tendrán los peces 3 meses después de ingresar en los tanques?

4. (2 puntos) Hallar todos los puntos críticos de la función $f(x, y) = x^3y^5$ sobre la circunferencia $x^2 + y^2 = 4$, utilizando el método de multiplicadores de Lagrange. Calcular el máximo y el mínimo de f sobre esta circunferencia.

5. (2 puntos) Evalúa la integral doble $\iint_L \frac{1}{y(1+x^2)} dx dy$, donde L es la figura acotada por las rectas $x = 0$, $x = 1$ y por las curvas $y = e^x$, $y = 2e^x$.