

EXAMEN PARCIAL DEL 17 DE DICIEMBRE DE 2015

APELLIDOS, NOMBRE _____

D.N.I. _____ FIRMA _____

1. (10 puntos) Se consideran los siguientes subespacios de \mathbb{R}^4 :

$$X \equiv \begin{cases} x - y + z + t = 0 \\ -x + 2y - z + t = 0 \end{cases} ; \quad Y \equiv \begin{cases} -x + 3y - z + 3t = 0 \\ x + z + t = 0 \end{cases}$$

Calcular la dimensión de X , Y y $X \cap Y$. Hallar unas bases de estos subespacios.

2. (10 puntos)

a) Demuestra que la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 3 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ es diagonalizable.

b) Calcula una matriz invertible P y una matriz diagonal D para las que se cumpla la relación $AP = PD$.

3. (10 puntos) Una partícula se mueve a lo largo del eje x con velocidad

$$v(t) = (t + 1)^{-2} + At,$$

donde t es el tiempo en segundos. Su posición en el instante t se denota $x(t)$. Calcula A sabiendo que $x(2) = x(0)$. Halla la distancia total recorrida por la partícula durante el primer segundo.

4. (10 puntos) Calcular el máximo y el mínimo de la función $f(x, y) = xy + x$ sobre la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$, utilizando el método de multiplicadores de Lagrange.

5. (5 puntos)

a) Calcular el límite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log x + 1}{\sqrt{x} + 1}$.

b) Calcular la integral indefinida $\int \frac{\log x}{x} dx$.