

EXAMEN PARCIAL 4. EL 12 DE ENERO DE 2016

APELLIDOS, NOMBRE _____

D.N.I. _____ FIRMA _____

1. (10 puntos) Calcula la matriz de la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por

$$f(x, y) = (x - 2y, x + 3y).$$

- a) Respecto de la base usual de \mathbb{R}^2 (tanto en la salida como en la llegada).
- b) Tomando en la salida la base usual y en la llegada la base $\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$
- c) Respecto de la base usual en la llegada y la base β en la salida.
- d) Respecto de la base β tanto en salida como en llegada.

2. (10 puntos)

- a) Calcular $\frac{(1 - \sqrt{3}i)^9}{(1 - i)^{15}}$.
- b) Describir el conjunto del plano complejo determinado por la desigualdad $|z - 3| > |z + 3i|$.

3. (10 puntos) La concentración de oxígeno en un estanque contaminado con un residuo orgánico viene dada por la función:

$$y = f(t) = \frac{t^2 - t + 1}{t^2 + 1}, \text{ para } 0 \leq t < \infty, \quad (t \text{ representa el tiempo en semanas})$$

- a) Haz un esbozo suficientemente detallado de la gráfica de f .
- b) Halla los instantes en los que se alcanzan las concentraciones máxima y mínima.
- c) ¿En qué instante la velocidad de crecimiento de la concentración de oxígeno es máxima?

4. (10 puntos) Halla y clasifica los puntos críticos de la función $f(x, y) = xy^2 + x^2y - 3xy$.

5. (5 puntos)

- a) Calcular el límite $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(\pi - x)^2}{e^x \sin^2 x}$.
 - b) Calcular la integral indefinida $\int x^2 \log x \, dx$.
-