Matemáticas I **1º de Ingeniería Química**

EXAMEN PARCIAL DEL 17 DE DICIEMBRE DE 2015

APELLIDOS, NOMBRE ______________________________

D.N.I. ____________________ FIRMA ____________________

1. (10 puntos) Se consideran los siguientes subespacios de $\mathbb{R}^4$:

$$X \equiv \begin{cases} x - y + z + t = 0 \\ -x + 2y - z + t = 0 \end{cases} \quad ; \qquad Y \equiv \begin{cases} -x + 3y - z + 3t = 0 \\ x + z + t = 0 \end{cases}$$

Calcular la dimensión de X, Y y $X \cap Y$. Hallar unas bases de estos subespacios.

---

2. (10 puntos)

a) Demuestra que la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 3 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ es diagonalizable.

b) Calcula una matriz invertible P y una matriz diagonal D para las que se cumpla la relación $AP = PD$.

---

3. (10 puntos) Una partícula se mueve a lo largo del eje x con velocidad

$$v(t) = (t+1)^{-2} + At,$$

donde t es el tiempo en segundos. Su posición en el instante t se denota $x(t)$. Calcula A sabiendo que $x(2) = x(0)$. Halla el desplazamiento de la partícula que corresponde al intervalo temporal $[0, 1]$ y la distancia total recorrida.

---

4. (10 puntos) Calcular el máximo y el mínimo de la función $f(x, y) = xy + x$ sobre la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$, utilizando el método de multiplicadores de Lagrange.

---

5. (5 puntos)

a) Calcular el límite $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{\log x + 1}{\sqrt{x} + 1}$.

b) Calcular la integral indefinida $\displaystyle\int \frac{\log x}{x}\, dx$.
