Cálculo Numérico I

Curso 2016-2017 | Lista 2 | 1^o Mat./2^o D.G.

1) (Método de Steffensen)* El método de Newton para encontrar soluciones de $f(x) = 0$ tiene el inconveniente de que necesita calcular derivadas de la función $f(x)$. Se puede sustituir la iteración de Newton por:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{g(x_n)}$$

con g apropiada (Newton corresponde a $g = f'$). El método de Steffensen corresponde a tomar $g(x) = \frac{f(x+f(x))-f(x)}{f(x)}$ lo que da lugar a la iteración:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{[f(x_n)]^2}{f(x_n + f(x_n)) - f(x_n)}\ , \ n \geq 0.$$

a) Este método es *muy cercano* al de Newton, ¿por qué?

b) Probar que si x_0 se elige suficientemente cercano a la solución, α, y $f'(\alpha) \neq 0$ entonces el método converge cuadráticamente.

c) Aplicar esa iteración para $f(x) = e^x - x - 2$ con $x_0 = 1$ y "verificar" numéricamente que el orden de convergencia es 2.

d) Analizar el comportamiento del método al variar la elección del punto inicial $x_0 \in [-10, 10]$.

Final del 21 de enero de 2010:

2) Se considera la ecuación (*) $x = -a \log(x)$, donde a es un parametro positivo.

a) Demostrar que para cualquier $a > 0$, esta ecuación tiene una única solución real.

b) Demostrar que el método del punto fijo, aplicado a la función $g(x) = -a \log(x)$, converge para $a < 1/e$, y diverge para $a > 1/e$.

c) Si se escoge $a = 1/10$, ¿para qué valores del dato inicial x_0 puede estar uno seguro de que el metodo converge?

d) Calcular (en MatLab o con una calculadora) la solución de la ecuación (*) para $a = 9/25$ con 4 dígitos signicativos, eligiendo un método adecuado.