

(Este examen consta de 4 ejercicios y tiene una duración de 2 horas)

25 de noviembre, 2022

--	--	--	--	--

Las soluciones deben estar razonadas, se debe comentar el procedimiento empleado y nombrar los teoremas y resultados utilizados.

- 1) Se considera la función $f(x) = (x - 1)^2 e^x$.
 - a) Construye la gráfica de esta función.
 - b) Demuestra que la ecuación $f(x) = c$ tiene 3 soluciones si la constante c está en el intervalo $(0, 4/e)$, tiene 2 soluciones si $c = 4/e$ y tiene una solución si $c > 4/e$.
- 2) Construye la gráfica de la función $f(x) = \ln(x^2 + 1)$.
- 3) Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función diferenciable para la cual $f'(x) > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Demuestra que f es estrictamente creciente.
- 4) Calcula los siguientes límites:

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} n(2^{\frac{1}{n}} - 1) \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{1 + x + \sin x} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$$